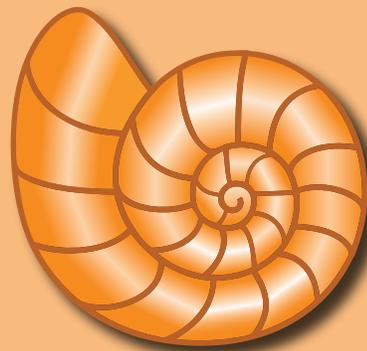


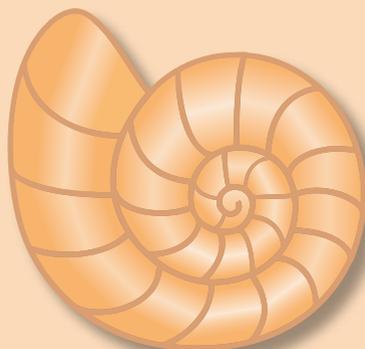
Softwares Livres Educativos



Régua e Compasso

Versão 1.1.0
Geometria Dinâmica

Softwares Livres Educativos



Régua e Compasso

Versão 1.1.0
Geometria Dinâmica



SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
SUPERINTENDÊNCIA DA EDUCAÇÃO
DIRETORIA DE TECNOLOGIA EDUCACIONAL
COORDENAÇÃO DE MULTIMEIOS

Régua e Compasso
Versão 1.1.0
Geometria Dinâmica

CURITIBA
SEED-PR
2010

É permitida a reprodução total ou parcial desta obra, desde que seja citada a fonte. Disponível também em: <<http://www.diaadia.pr.gov.br/multimeios>>

Coordenação de Multimeios
Organização e adaptação de texto
Elciana Goedert

Coordenação de Mídia Impressa e Web
Revisão ortográfica
Aquias da Silva Valasco
Orly Marion Webber Milani

Coordenação de Multimeios
Produção
Eziquiel Menta
Ricardo Mendonça Petracca

Capa
Jocelin José Vianna da Silva
Rafael Cadilhe David

Projeto Gráfico
Juliana Gomes de Souza Dias

Diagramação
Hellen Falco Yokowo
Taisa Delazzeri Burtet

CATALOGAÇÃO NA FONTE - CEDITEC-SEED-PR

Paraná. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. Diretoria de Tecnologias Educacionais. P111 Régua e compasso , versão 1.1.0 : geometria dinâmica / Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. Diretoria de Tecnologias Educacionais. – Curitiba : SEED – Pr., 2010. – 60 p – ISBN978-85-8015-021-6
1. Geometria dinâmica. 2. Modelagens geométricas. 3. Educação-Paraná. I. Goedert, Elciana, org. II. Título.

CDD600
CDU 6+37(816.2)

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
Superintendência da Educação
Diretoria de Tecnologia Educacional
Coordenação de Multimeios
Rua Salvador Ferrante, 1.651 – Boqueirão
CEP 81670-390 – Curitiba – Paraná
www.diaadia.pr.gov.br/multimeios

IMPRESSO NO BRASIL
DISTRIBUIÇÃO GRATUITA

APRESENTAÇÃO

A Diretoria de Tecnologia Educacional (Ditec), vinculada à Secretaria de Estado da Educação do Paraná, viabiliza ações que possibilitam não apenas o acesso operacional aos equipamentos existentes na escola, mas também a pesquisa, a produção e a veiculação de conteúdos educacionais de forma compatível com os avanços tecnológicos.

Nossa proposta consiste na integração e articulação das mídias com o mundo moderno por meio de ações desenvolvidas pela TV Paulo Freire, pelo Multimeios e pelo Portal Dia-a-dia Educação. Além do acesso à tecnologia, entendemos que é necessária a orientação para o seu uso. Essa é a tarefa dos assessores da Coordenação Regional de Tecnologia na Educação (CRTE) presente nos Núcleos Regionais de Educação e que atende aos professores das escolas da Rede Pública.

Para complementar a ação de produção e disponibilização de materiais didáticos de apoio ao uso de tecnologia, o Multimeios elaborou tutoriais de alguns dos *softwares* de produção para serem disponibilizados aos usuários dos laboratórios. Entre eles encontra-se o tutorial do Régua e Compasso, um *software* composto por uma interface apresentável, didática e de fácil manuseio, que possibilita a construção de figuras geométricas, das mais simples às mais complexas. Além das vantagens relacionadas ao fator conteúdo, ele instiga e incentiva a criatividade e a descoberta.

O conteúdo deste tutorial foi autorizado por Rodrigo Orestes Feijó, autor do videotutorial *Régua e Compasso*, para uso da Secretaria de Estado da Educação do Paraná e adequações necessárias à realidade da Rede Pública Estadual de Ensino.

Elizabete dos Santos
Diretora de Tecnologia Educacional

Eziquiel Menta
Coordenador de Multimeios

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 CARACATERÍSTICAS DO SOFTWARE	9
3 INTERFACE DO SOFTWARE	12
4 FERRAMENTAS BÁSICAS	13
4.1 FERRAMENTAS VISÍVEIS NA BARRA DE ÍCONES.....	13
4.2 OUTRAS FERRAMENTAS OCULTAS.....	23
5 COMO CONSTRUIR UMA MACRO	27
6 SUGESTÕES DE ATIVIDADES	29
6.1 ATIVIDADES DE AMBIENTAÇÃO AO PROGRAMA	29
6.2 ATIVIDADES PARA APLICAÇÃO DO SOFTWARE COMO RECURSO DIDÁTICO.....	30
6.2.1 Construção de um triângulo equilátero utilizando circunferências.....	30
6.2.2 Construção de um hexágono (macro hexágono.mcr)	31
6.2.3 Obtenção de um triângulo obtusângulo	32
6.2.4 Utilizando a ferramenta Animação de um ponto ...	33
6.2.5 Construindo um quadrado perfeito	34
6.2.6 Quadrilátero inscrito em uma circunferência	35
7 TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS	36
7.1 REFLEXÃO	36
7.1.1 Definição.....	36
7.1.2 Construção do macro	36
7.2 TRANSLAÇÃO.....	37
7.2.1 Definição.....	37
7.2.2 Construção da macro.....	37
7.3 ROTAÇÃO	38
7.3.1 Definição.....	38
7.3.2 Construção da macro.....	39
7.4 HOMOTETIA.....	40
7.4.1 Definição.....	40
7.4.2 Construção da macro.....	40

8 MODELAGENS GEOMÉTRICAS	42
8.1 HÉLICE	43
8.2 PISTÃO	44
8.3 PÊNDULO	46
8.4 APARACE/DESAPARECE	50
8.5 ROLDANA.....	52
8.6 RODA SE MOVENDO	55
REFERÊNCIAS	59

1 INTRODUÇÃO

O programa Régua e Compasso (C.a.R.) foi desenvolvido pelo Professor René Grothmann, da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha. Trata-se de um *software* de geometria dinâmica plana, escrito na linguagem Java, com código aberto, e que roda em qualquer plataforma (Windows, Linux, Macintosh, Solaris, etc.).

O *software* permite a construção geométrica através de recursos que simulam as construções com a régua e o compasso, de forma dinâmica, possibilitando a construção de animações. Ele pode ser utilizado por qualquer pessoa, desde crianças do Ensino Fundamental até adultos que desenvolvam pesquisa avançada em Geometria.

O Régua e Compasso é um aplicativo que consiste em uma área de desenhos, que pode ser preenchida por um sistema de eixos, e uma barra superior, na qual se encontram as ferramentas que ativam diferentes possibilidades de construções na área de desenhos. Apesar de parecer bastante simples à primeira vista, o Régua e Compasso requer certa habilidade, inclusive na memorização das tarefas que cada uma das ferramentas permite construir, além do uso de outros comandos, como por exemplo pressionar o botão direito do *mouse* para verificar o comprimento de um segmento de reta. Porém, com o próprio uso, após certo tempo, as tarefas tornam-se habituais e fáceis. Sendo assim, o Régua e Compasso é um *software* que não serve apenas para a visualização do objeto, mas para a criação de figuras e, vivenciando-se todos os estágios da construção, o aprendizado é atingido.

A principal finalidade do Régua e Compasso é a geometria dinâmica, ou seja, uma construção geométrica que pode ser modificada movendo um de seus pontos básicos. Outro ponto importante são as construções por descrição, que constituem uma alternativa às construções pelo método visual. Uma das características do Régua e Compasso é a possibilidade de se publicar construções na Internet. Com esse recurso, podem ser lançados desafios e problemas para

outros resolverem. Além disso, o programa utiliza macros, o que torna possível construções mais complicadas.

O *software* é composto por várias ferramentas e funções que abordam conceitos e demonstrações geométricas, permitindo construir figuras que podem ser alteradas movendo-se um dos pontos básicos (pontos, retas e círculos), porém mantendo suas propriedades originais. Desta forma, esses elementos podem ser destacados na tela mantendo-se as relações geométricas (pertinência, paralelismo, etc.) previamente estabelecidas, permitindo ao usuário concentrar-se na associação existente entre os objetos ao invés de gastar seu tempo com detalhes de construção repetitivos. Assim, diversos tópicos relacionados à geometria plana euclidiana e à geometria analítica podem ser explorados.

Outro aspecto no projeto é prover uma resposta automática funcional. O usuário pode gerar um segmento a partir de dois pontos com a ferramenta **Segmento**. Se os pontos ainda não existiam, eles serão gerados automaticamente. O usuário também pode gerar intersecções automaticamente sempre que precisar, bastando clicar na região da intersecção.

Neste tutorial, procuramos explicar o uso das ferramentas básicas do *software* e suas aplicações, atividades de ambientação ao programa para o usuário iniciante e também sugestões de atividades que demonstram o uso didático do programa. Além disso, o tutorial traz explicações sobre modalidades avançadas do uso do *software*: uma seção que ensina a fazer algumas situações de modelagens, como rodas e mecanismos, e outra que ensina a construir as ferramentas de transformações geométricas através de macros.

2 CARACTERÍSTICAS DO SOFTWARE

Observe, na sequência, algumas características do programa Régua e Compasso que podem ser úteis na comparação com programas similares:

- Funciona na maioria das plataformas modernas (Windows NT, 95 ou superiores; Linux, Mac OS, Mac OSX, Sun Solaris e outros Unix);

- Seu código-fonte é livre (licença pública geral – GPL), o que significa, entre outras coisas, que o programa pode ser modificado por você ou um programador para atender suas necessidades;
- Possui documentação HTML e ajuda on-line;
- Possui interface moderna e intuitiva;
- Possui vários idiomas (inglês, alemão, italiano, português, espanhol e outros);
- Possui caixa de ferramentas configurável;
- Possui modo visual de construção ou descritivo (por meio de comandos);
- Possui linguagem de programação para construções, incluindo macros e macros chamadas por macros;
- Utiliza o botão direito do *mouse* para mover objetos, além de visualizar e modificar suas propriedades;
- Possibilita criar automaticamente, com ou sem confirmação, pontos sobre objetos e interseções;
- Possibilita definir medidas de segmentos de reta e outras variáveis;
- Torna parcialmente visíveis círculos e linhas, para que se mostrem apenas partes relevantes;
- Permite desenhar círculos como arcos;
- Exibe arcos e ângulos com ângulos reduzidos (menor que 180°) ou não;
- Simula construções geométricas no plano, ocultando detalhes;
- Permite colorir objetos;
- Permite traçados com várias espessuras (normal, grosso e fino);
- Permite incluir setas;
- Permite exibir nomes e valores de objetos ou apenas um deles;
- Permite ao usuário o ajuste preciso dos valores exibidos;
- Possui ferramentas de construção para pontos médios, paralelas e perpendiculares;
- Possui traçado de pontos (risca a tela) enquanto o usuário move algum ponto. Esse recurso é possível para mais de um ponto ou reta;
- Possui seções cônicas determinadas por cinco pontos;

- Permite traçado de curvas a partir de um conjunto de tangentes;
- Permite definir traçados e outras construções como imagem de fundo;
- Possibilita criar animação e traçados animados;
- Permite criar macros para acelerar passos de construção, tornando possíveis construções mais complicadas;
- Apresenta pronto (*prompt*) opcional para valores de ângulos, medidas de círculos e expressões em macros;
- Permite ao computador verificar soluções;
- Apresenta construções na *web*;
- Permite a exportação automática para HTML, incluindo folhas de estilo (CSS), cores e outros detalhes;
- Utiliza o padrão XML para guardar construções;
- As construções podem ser guardadas em modo compactado (compactado);
- Permite a impressão detalhada de uma construção;
- Permite a criação de expressão aritmética para exibir valores e definir parâmetros de objetos (medida de segmentos, posição de pontos, medida de ângulos, etc.);
- As expressões aritméticas podem ser utilizadas em outras expressões ou funcionar em macro;
- Os polígonos podem ser preenchidos com exibição opcional da área, transparente em Java 1.3. Os círculos e ângulos são preenchidos;
- Permite inserção de texto multilinha;
- Permite repetição da construção, que pode ser carregada no modo descritivo ou editada *on-line*;
- Exibição opcional de eixos e malha (grade);
- Permite incluir imagem de fundo (inclusive com ajuste);
- Permite salvar imagens em formato *bitmap*, PNG, SVG, EPS ou FIG.

Apesar de algumas diferenças em relação a outros *softwares* de geometria dinâmica disponíveis no mercado, o princípio de funcionamento é basicamente o mesmo, de forma que as atividades desenvolvidas com qualquer um deles podem facilmente ser adaptadas para o Régua e Compasso.

3 INTERFACE DO SOFTWARE

Ao inicializar o *software*, será aberta a seguinte tela:

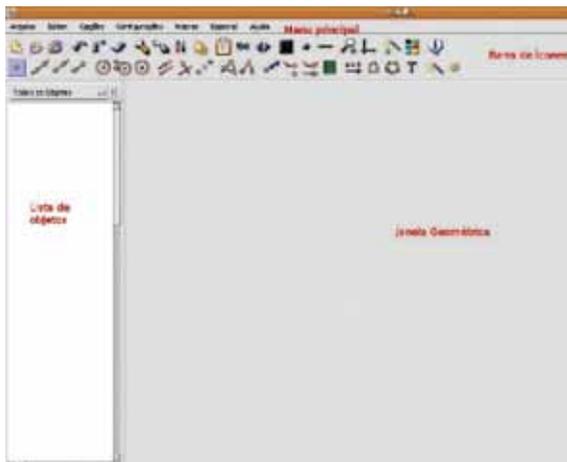


Figura 1 - Interface do *software* Régua e Compasso

Na figura anterior, podemos observar:

- **Lista de objetos** (à esquerda), onde são representados algebricamente os objetos de uma construção. Ela pode ser fechada, clicando-se com o botão esquerdo do *mouse* em Configurações, no menu principal e, a seguir, em Lista de objetos, desativando esta opção;
- **Janela geométrica** (à direita), na qual são feitas as construções;
- **Menu principal**;
- **Barra de ícones**, local onde estão as ferramentas (ou botões) para as construções geométricas;
- **Linha de status** ou linha de entrada de comandos – ao clicar, no menu principal, em Opções e, a seguir, em Modo visual, desativando-o, a linha de *status* transforma-se em linha de entrada de comandos.

Uma regra básica que torna fácil o uso do programa é a redução da interface de ferramentas, apresentando as absolutamente necessárias e escondendo os detalhes necessários para os diálogos avançados, além de um ambiente gráfico padrão. Assim, o botão esquerdo do *mouse* e os ícones são suficientes

para construir qualquer coisa. Um clique com o botão direito do *mouse* sobre um objeto abrirá um diálogo com mais propriedades. É possível mover um objeto ao arrastar o *mouse* com o botão direito pressionado.

Apesar de uma interface intuitiva, alguns usuários acostumados com outros programas podem discordar. A filosofia seguida para a interface do Régua e Compasso é a de que o usuário deve criar seus próprios esquemas, tomando algum tempo para se ajustar.

4 FERRAMENTAS BÁSICAS

4.1 FERRAMENTAS VISÍVEIS NA BARRA DE ÍCONES

Veja abaixo a disposição das ferramentas (botões) do *software* na tela:



Figura 2 - Barra de ferramentas

Na sequência, apresentam-se breves descrições de algumas ferramentas que aparecem na **Barra de ícones**. Você terá, ao lado da imagem de cada botão, a explicação de como ele é utilizado.



Nova construção – abre uma nova área de trabalho;



Carregar construção – carrega uma construção já pronta que está salva em alguma pasta de seu computador;



Salvar construção – salva a construção em uma pasta de seu computador;



Apagar o último objeto – apaga o último objeto construído no plano;



Apagar objeto e seus descendentes – apaga um objeto construído no plano. É necessário clicar com o botão esquerdo do *mouse* sobre o objeto a ser apagado;



Desfazer as últimas remoções – retorna à tela o último objeto apagado do plano. Só funciona para o último objeto;



Editar objetos – abre uma tela de edição de pro-

priedades do objeto selecionado. Nessa tela é possível editar todas as características anteriores do objeto;



Desenhar com o mouse – permite criar construções desenhando livremente com o *mouse*. Para apagar o que foi desenhado, aperte **Esc** ou **Apagar rabisco**, no menu **Ações**;



Renomear – possibilita renomear alfabeticamente objetos (pontos, linhas e ângulos), clicando-se sobre eles. Se necessitar utilizar, por exemplo, a letra “a” para dois objetos diferentes, utilize “a~1” e “a~2” (o til não é exibido, nem o que vem depois dele);



Parâmetros de macro/objetos/definições – para gerar uma **macro**¹, o usuário faz uma construção e “**ensina**” à macro o que fazer. Macros têm parâmetros, que determinam os objetos com os quais se deve começar. Elas também possuem alvos, que determinam os objetos a serem construídos. Depois de realizada a construção desejada, clique na ferramenta **Macro** e ela muda de aparência, tornando-se como na figura a seguir: 

Na sequência, selecione os parâmetros de entrada, clicando nos objetos desejados, dentro da janela geométrica. Então, clique novamente na ferramenta anterior que se transforma novamente, como nesta figura: 

Agora, clique nos alvos (pontos finais), ou seja, nos objetos que devem ser exibidos quando a macro for rodada. Clique novamente na mesma ferramenta e uma janela será aberta automaticamente. Nela, nomeie a macro e escreva um comentário que “**ensine**” o usuário a utilizá-la. Finalizando, clique em OK e depois em outra ferramenta. Por exemplo, trace um segmento de reta e, a seguir, a partir de uma de suas extremidades, trace uma reta perpendicular ao segmento. Para criar uma macro dessa construção, siga a explicação

¹ Macros são atalhos para passos de construção, sub-rotinas como de linguagem de programação. Com elas, pode-se reduzir o número de passos para construir um modelo geométrico. Veja mais sobre macros no item 5 deste tutorial (Como construir uma macro).

acima, selecionando como parâmetros de entrada as extremidades do segmento e como alvos, o segmento e a reta perpendicular.

 **Mostrar e editar comentários** – exibe uma caixa para adicionar comentários na construção;



Figura 3 - Janela de edição dos comentários

Clique sobre uma área para criar o comentário. O comentário será exibido para o usuário assim que carregar **Abrir** a construção que foi salva anteriormente. Manter a tecla **Shift** apertada ao selecionar essa ferramenta, permite registrar exercícios;

 **Criar uma função** – permite traçar gráfico de funções ou de curvas paramétricas. Deve-se ter atenção ao escrever a lei de definição das funções ou das curvas paramétricas. Por exemplo, $2x^2$ deve ser escrito "**2*x*x**" ou "**2*x^2**";

 **Revisar construção** – essa ferramenta abre o menu para repetir os passos da construção, uma pequena janela contendo os botões clássicos para avançar, retroceder, etc. Cada passo da construção é mostrado, sendo que apenas os passos visíveis são exibidos;

Figura 4 - Botões para revisar uma construção



Legenda:

Botão 1 – voltar para o início;

Botão 2 – voltar 10 passos;

Botão 3 – voltar 1 passo;

Botão 4 – avançar 1 passo;

Botão 5 – avançar 10 passos;

Botão 6 – avançar para o final;

Botão 7 – avançar até a próxima marca criada;

Botão 8 – criar uma marca;

Botão 9 – fechar.

 **Cor padrão do objeto** – altera a cor dos objetos a serem desenhados. Somente os objetos construídos após a alteração sofrerão mudanças. As cores padrão são: preto, verde-claro, azul, amarelo, verde-escuro e vermelho;

 **Tipo padrão do ponto** – altera o formato do ponto. Somente os pontos criados após a alteração sofrerão mudanças. Os tipos padrão de pontos são: quadrado, losango, círculo e ponto;

 **Espessura padrão do objeto** – altera a espessura do traço dos objetos construídos. Somente objetos construídos após a alteração sofrerão mudança. As espessuras padrão são: normal, grossa e tracejada;

 **Zoom com o mouse** – aproxima a imagem construída na área de trabalho (janela geométrica);

 **Mostrar grade** – exhibe o sistema de coordenadas cartesianas na janela geométrica, ou seja, uma grade demarcada pelas coordenadas do plano;

 **Esconder objetos** – oculta um objeto construído, deixando-o invisível, clicando-se com o botão esquerdo do *mouse* sobre ele. Para fazer com que um objeto oculto volte a aparecer, é preciso clicar sobre o botão **Mostrar/esconder**

objeto, na barra de ícones que se encontra na parte superior da tela. Depois, basta clicar com o botão esquerdo do *mouse* sobre o objeto que você deseja restaurar;

 **Mostrar cores selecionadas** – faz com que sejam exibidos apenas os objetos das cores selecionadas. Os objetos das cores que não aparecem na caixa ficam ocultos. As opções são:

- **Todas as cores** – exibe todos os objetos;
- **Preto e verde** – exibe somente os objetos pretos e verdes;
- **Preto e azul** – exibe somente os objetos pretos e azuis;
- **Preto e vermelho** – exibe somente os objetos pretos e vermelhos;
- **Preto e verde-claro** – exibe somente os objetos pretos e verde-claros;
- **Preto e amarelo** – exibe somente os objetos pretos e amarelos.

 **Ajuda contextualizada** – abre uma janela com informações que auxiliam o usuário no uso do programa.

 **Ponto** – cria um ponto livre (móvel) clicando na janela geométrica com o botão esquerdo do *mouse*. É possível determinar pontos fixos de duas maneiras:

- a) clicando com o botão direito sobre o ponto, e assinalando **Fixo** na caixa de diálogo de valores;
- b) mantendo a tecla **Shift** apertada ao marcar o ponto. Isso também pode ser feito para fixar medidas de segmentos, inclusive raios e ângulos.

 **Reta** – cria uma reta clicando com o botão esquerdo do *mouse* sobre dois pontos;

 **Semi-reta** – cria uma semirreta, clicando-se sobre dois pontos com o botão esquerdo do *mouse*. A ordem em que os pontos são selecionados definem a direção da semirreta;

 **Segmento** – cria um segmento, clicando-se com o botão esquerdo do *mouse* sobre dois pontos;

 **Circunferência** – cria uma circunferência, clicando sobre dois pontos com o botão esquerdo do *mouse*, sendo

que o primeiro ponto será o centro, enquanto que o segundo define o raio. As circunferências construídas com essa ferramenta têm raios móveis. É possível fixar esses raios, mas já existe uma ferramenta para construção de circunferências de raios fixos;



Compasso – cria uma circunferência a partir de um raio dado, clicando-se com o botão esquerdo do *mouse* sobre os pontos que definem o raio e um ponto como centro;



Circunferência com raio fixo – primeiramente, crie uma circunferência qualquer, clicando no ponto que define o centro e definindo seu raio. A seguir, defina a medida do raio do círculo, na caixa correspondente.



Figura 5 - Caixa para criar circunferência

Também é possível utilizar a medida de um outro objeto já construído, como um segmento.



Figura 6 - Caixa para editar uma circunferência criada



Reta paralela – cria uma reta paralela a outra reta dada, clicando-se como botão esquerdo do *mouse* sobre a reta e o ponto por onde passará a reta paralela;



Reta perpendicular – cria uma reta perpendicular a outra reta, clicando-se com o botão esquerdo do *mouse* sobre a reta e o ponto por onde passará a reta perpendicular;



Ponto médio – define o ponto médio entre outros dois pontos, clicando-se como botão esquerdo do *mouse* sobre os dois pontos;



Ângulo – demarca o ângulo entre duas semirretas, determinadas através de três pontos. O ponto central é o ponto de origem das duas semirretas. Basta clicar nos três pontos com o botão esquerdo. Para criar o ângulo, clique sobre os dois pontos definindo o terceiro ponto que formará o ângulo;



Ângulo de amplitude fixa – marca-se o primeiro ponto; em seguida, o vértice do ângulo e depois, o último ponto. Logo após, em uma janela que se abre automaticamente, digita-se a medida desejada para o ângulo;



Mover um ponto – permite mover um ponto sobre o plano. Clique sobre o ponto desejado e arraste com o botão esquerdo do *mouse*;



Figura 7 - Caixa para editar um ângulo criado



Rastrear ponto ou reta – marca o rastro de um ponto ou reta, de acordo com o movimento de um outro ponto ou reta. Clique com o botão esquerdo primeiramente sobre o ponto ou reta que irá deixar o rastro, e depois, clique e arraste o segundo ponto ou reta;



Rastrear automaticamente ponto ou reta – marca o rastro de um ponto ou reta, de acordo com o movimento de um ou outro ponto que se move sobre um objeto. Basta clicar, com o botão esquerdo do *mouse*, primeiro sobre o ponto ou reta que irá deixar o rastro no objeto, e após, no segundo ponto;



Animação de um ponto – anima (movimenta) um ponto sobre um segmento ou circunferência (círculo), clicando-se com o botão esquerdo no ponto e um duplo clique no objeto sobre o qual o ponto irá se mover (uma reta, segmento ou círculo). A animação pode ser interrompida a qualquer momento com um clique do *mouse*;



Expressão aritmética – abre o editor de expressões aritméticas, que retorna um valor numérico da expressão e relaciona o comprimento dos objetos construídos.

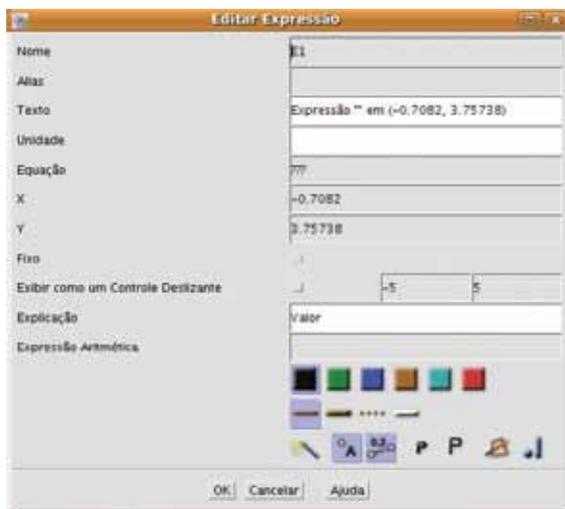


Figura 8 - Caixa para editar uma expressão criada

Veja, na sequência, as funções aritméticas básicas para o *software* Régua e Compasso. Com elas será possível fazer construções geométricas mais elaboradas.

Soma, Subtração, Multiplicação e Divisão – as operações básicas são produzidas através dos símbolos “+”, “-”, “*” e “/”.

Coordenadas X e Y – pode-se utilizar uma das coordenadas de um ponto para fazer operações aritméticas com ela. Basta escrever “**x(Pn)**” ou “**y(Pn)**”, em que Pn é o nome do ponto que iremos utilizar. Ex.: x(P1), coordenada x de P1.

Potências e Raízes:

- Para elevarmos um valor a uma potência, basta inserir o símbolo “^” antes do valor do expoente. Ex.: **(s1)^2**, s1 na potência 2;
- Para raízes, pode-se utilizar o mesmo processo, com valores fracionários. Ex.: **(s1)^(1/3)**, raiz cúbica de s1;
- Para raiz quadrada pode-se utilizar a sigla sqrt(). Ex.: **sqrt(s2)**, raiz quadrada de s2.

Seno, Cosseno, Tangente – para utilizar as funções seno, cosseno e tangente, utilize os comandos sin (), cos () e tan (), respectivamente. Ex.: **sin(s1)**, **cos(s1)**, **tan(s1)**, sendo, cosseno e tangente de s1.

Exponencial e Logaritmo – para utilizar as funções exponencial e logaritmo, basta utilizar os comandos `exp()` e `log()`, respectivamente. Ex.: **`exp(s1)`**, elevado a `s1`; **`log(s1)`**, logaritmo de `s1`.

Função Floor – a função *floor* estabelece como valor de resposta a parte inteira do valor estabelecido. Ex.: **`floor(s1)`**, parte inteira de `s1`.

 **Polígono** – cria um polígono de `n` lados, bastando clicar com o botão esquerdo sobre os vértices (pontos), seguindo a ordem do polígono, concluindo ao pressionar pela segunda vez no primeiro vértice ou então dar dois cliques no último ponto marcado;

 **Cônica passando por 5 pontos** – desenha uma cônica, clicando com o botão esquerdo do *mouse* sobre cinco pontos do plano. Dependendo da disposição dos pontos, a cônica poderá ser uma parábola, uma hipérbole ou uma elipse;

T Texto – abre uma caixa de texto, onde podem ser escritos textos na tela do programa.



Figura 9 - Caixa para configurar um texto

 **Mostrar ou esconder objetos** – faz com que um objeto oculto volte a aparecer.

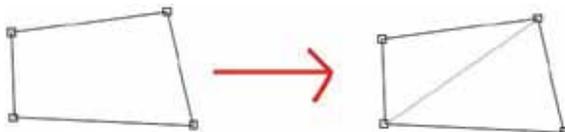


Figura 10 - Função aparece/desaparece



Rodar macro – ao selecionar essa ferramenta, uma janela é aberta, exibindo a caixa de opções dos macros já criados. Selecione o macro que deseja com o botão esquerdo do mouse e pressione **OK**. Basta utilizar os elementos de construção da macro. Se nenhuma macro tiver sido criada, haverá uma única opção a ser selecionada, cujo nome é **Padrão**. Dando dois clique sobre o nome **Padrão**, algumas opções de macros aparecem. Estas poderão então ser selecionadas e utilizadas. No entanto, essas macros do tipo **Padrão** já possuem seus ícones na Barra de ícones, sendo, portanto, mais fácil selecioná-las por meio deles.



Figura 11 - Caixa para escolha do macro

4.2 OUTRAS FERRAMENTAS OCULTAS

Clicando na aba **Configurações / Editar caixa de ferramentas**, abre-se a janela Editar barra de ícones. Nela estão outros botões que você poderá inserir na **Barra de ícones**. As ferramentas que estão selecionadas são as que já que se encontram na **Barra de ícones**.

Figura 12 - Caixa para edição de Barra de Ícones



Clicando sobre as outras ferramentas, elas serão adicionadas na **Barra de ícones**.

 **Circunferências parciais** – desenha círculos de forma parcial, marcando somente regiões necessárias. Esta ferramenta funciona em conjunto com a ferramenta **Circunferência** e, portanto, ambas devem ser ativadas. Dessa forma, apenas arcos de circunferência são traçados. Uma outra forma de se determinar arcos sem utilizar essa ferramenta é se a circunferência já estiver construída e quisermos deixar na tela apenas um arco. Marcam-se os dois pontos que serão as suas extremidades. A seguir, clica-se com o botão direito do *mouse* sobre a circunferência e, na janela que se abrirá, seleciona-se Definir arco. Finalmente, clica-se nos pontos que serão as extremidades do arco. Somente objetos construídos após a seleção desta opção sofrerão alteração;

 **Linhas parciais** – funciona em conjunto com a ferramenta reta e, portanto, ambas devem ser ativadas. Marcando-se dois pontos, traça-se uma "**reta truncada**". É possível, também, criar uma "**semirreta truncada**", mas, nesse caso, deve-se clicar com o botão direito do *mouse* sobre a semirreta e, na janela que se abrirá, selecionar essa ferramenta.

 **Segmentos como vetores** – indica o sentido do segmento, mostrando-o como um vetor, e só funciona em conjunto com a ferramenta Segmento. Portanto, ambas devem ser ativadas. Marcando-se dois pontos, traça-se o vetor com origem no primeiro ponto determinado e outra extremidade no segundo. Somente objetos construídos após a seleção desta opção sofrerão alteração;

 **Mostrar nome dos objetos** – exibe o nome dos objetos construídos. Somente objetos construídos após a seleção desta opção serão alterados;

Point

Nomes extensos para objetos – exibe o nome por extenso dos objetos construídos. Somente objetos construídos após a seleção desta opção sofrerão alteração. É necessário que a opção Nome de objetos esteja acionada;

P

Usar fontes grandes – funciona junto com a ferramenta Texto, tornando a fonte maior;

P

Usar fontes em negrito – funciona junto com a ferramenta Texto, tornando a fonte negritada;

0,2

Mostrar valores dos objetos – exibe o valor numérico ou coordenadas dos objetos construídos. Somente objetos construídos após a seleção desta opção sofrerão alteração;

0,2

Usar ângulos arbitrários (> 180°) – permite que ângulos côncavos sejam marcados, ao invés dos convexos. Deve ser utilizada em conjunto com uma ferramenta para traçar ângulos;

0,2

Não usar transparência – faz com que os objetos com preenchimento deixem de ser translúcidos. Somente objetos construídos após a seleção desta opção serão alterados;

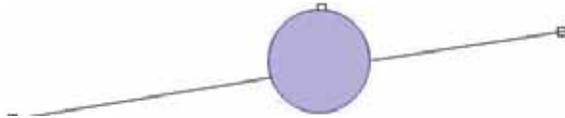


Figura 13 - Figura mostrando o preenchimento do objeto criado

0,2

Criar ou apagar a imagem de fundo – define a construção criada na tela como um plano de fundo. A imagem ficará como uma sombra para a construção, porém, estática;

0,2

Construção visual – faz com que o *software* funcione no sistema de construção visual, isto é, as construções são “**desenhadas**” na tela. Quando não acionado, as construções são feitas através de informações escritas na área inferior da tela.

Exemplo:

S (P1, P@) = segmento de P1 a P2

C (P3, P4) = círculo de centro e raio P3P4

I (s1, c1) + intersecção de s1 e c1

 **Animar pontos de parada** – faz com que a animação seja pausada ou, ainda, clicando-se na ferramenta e pressionando ao mesmo tempo a tecla Shift, a velocidade da animação é alterada;

 **Criar ponto sobre objeto** – cria um ponto sobre um objeto já criado, clicando-se sobre o objeto com o botão esquerdo do *mouse*;

 **Interseção** – cria a interseção de duas retas, uma reta e um círculo ou dois círculos, clicando-se com o botão esquerdo do *mouse* sobre os objetos onde se deseja construir a interseção;

 **Segmento com comprimento fixo** – para criar este segmento, primeiro defina um segmento qualquer, selecionando um ponto e definindo o segundo. Depois, basta editar o comprimento do segmento, digitando na caixa correspondente.



Figura 14 - Caixa para edição da Reta, Semi-reta e Segmento

Também é possível definir o comprimento através de uma outra medida já existente, como um segmento.



Figura 15 - Caixa para edição da Reta, Semi-reta e Segmento

 **Abrir imagem** – possibilita adicionar uma imagem do seu arquivo dentro da janela geométrica.

5 COMO CONSTRUIR UMA MACRO

Macros são atalhos para passos de construção, sub-rotinas como de linguagem de programação. São como novas ferramentas criadas pelo usuário.

Para obtermos uma macro que constrói um quadrado a partir de dois pontos dados, por exemplo, iniciamos pela construção a seguir, que será a base da macro (aquilo que ensinaremos a ela):

- 1º passo** – crie os pontos P1 e P2 livres;
- 2º passo** – crie um círculo (circunferência) c1 de centro em P2 e passando por P1;
- 3º passo** – crie uma semirreta sr1 com origem em P1, passando por P2. Clique com o botão direito sobre ela para abrir a janela de edição e selecionar a espessura tracejada;
- 4º passo** – crie uma reta per|1 perpendicular a r1, passando por P2. Torne-a tracejada; marque o ponto |1, a interseção de c1 e sr1 e os pontos |2 e |3, interseção de per|1 e c1;
- 5º passo** – crie o polígono definido pelos pontos P1, |1, |2 e |3;

6 SUGESTÕES DE ATIVIDADES

6.1 ATIVIDADES DE AMBIENTAÇÃO AO PROGRAMA

Atividade	Ferramentas Utilizadas
1. Crie um ponto livre.	
2. Crie um ponto livre com uma forma de apresentação diferente do ponto criado no item anterior.	
3. Apague os pontos que você criou e marque alguns pontos pertencentes a ela.	
4. Construa uma reta.	
5. Construa uma outra reta, escolhendo previamente uma cor e uma "espessura" para a linha da construção, dentre as opções existentes.	
6. Solicite uma Nova Construção (sempre que desejar, faça uso desse recurso).	
7. Construa um segmento de reta, utilizando a ferramenta Segmento. Utilizando os recursos do <i>software</i> , solicite que a medida desse segmento apareça na janela geométrica.	
8. Construa duas semirretas de mesma origem, não colineares. Determine medida do ângulo convexo formado por estas semirretas.	
9. Construa: a) uma reta; b) uma reta paralela a que você construiu; c) uma reta perpendicular a que você construiu no item a.	
10. Construa um segmento de reta. Marque seu ponto médio. Movimente uma das extremidades desse segmento.	
11. Construa duas circunferências: uma utilizando a ferramenta Círculo e outra utilizando a ferramenta Círculo com Raio Fixo . "Movimente" as duas circunferências pelo centro. Descreva a diferença que você observou entre as duas construções.	
12. Oculte as circunferências construídas no item anterior.	
13. Construa uma circunferência e marque um ponto fora dela. Anime esse ponto sobre a circunferência construída.	

14. Ative a ferramenta Polígono . Faça algumas construções utilizando essa ferramenta. Ative as ferramentas Mostrar Valores dos Objetos e Exibir Grade e faça novas construções utilizando a ferramenta Polígono.	
15. Construa um segmento de reta. Construa um outro segmento de reta, congruente ao primeiro, utilizando a ferramenta Compasso .	
16. Ative a ferramenta Criar uma Função . Na janela que se abrirá, escreva na linha correspondente a Y, a lei de uma função da qual deseje que seja construído o gráfico. Clique em Ok .	
17. Copie as construções que estão na janela geométrica e cole em um arquivo de um editor de texto.	CTRL + C e CTRL + V

6.2 ATIVIDADES PARA APLICAÇÃO DO SOFTWARE COMO RECURSO DIDÁTICO

6.2.1 Construção de um triângulo equilátero utilizando circunferências

1º passo – crie dois pontos P1 e P2;

2º passo – crie duas circunferências utilizando a **ferramenta Circunferência**, de forma que o centro de uma seja o limite do raio da outra e de modo que os dois centros tornem-se dois vértices e o terceiro vértices seja um dos pontos de interseção entre as circunferências;

3º passo – ligue os três pontos com a **ferramenta Segmento** formando o triângulo. Pode ser utilizada também a **ferramenta Polígono**. Este triângulo é equilátero. Por quê?

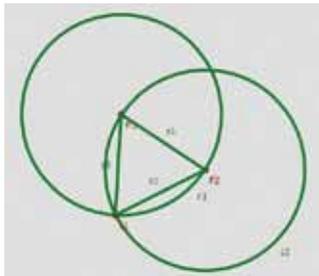


Figura 17 - Atividade 1 na tela do Régua e Compasso

Construindo o triângulo dessa maneira, não só fica claro que os lados dessa figura são iguais, mas também envolvem-se outras noções matemáticas.

6.2.2 Construção de um hexágono (macro hexágono.mcr)

Nesta construção, será necessário renomear cada ponto criado.

- 1º passo** – defina um segmento de extremidades A e B;
- 2º passo** – construa duas circunferências de raios AB, uma com centro em A e outra com centro em B;
- 3º passo** – determine a interseção O entre as circunferências, utilizando a ferramenta Interseção;
- 4º passo** – construa a circunferência com raio BO e centro em O;
- 5º passo** – determine a interseção entre as circunferências centradas em B e O;
- 6º passo** – construa uma circunferência com raio BC e centro em C;
- 7º passo** – determine a interseção D entre as circunferências centradas em C e O;
- 8º passo** – construa a circunferência com raio CD e centro em D;
- 9º passo** – determine uma interseção entre as circunferências centradas em D e O;
- 10º passo** – construa a circunferência com raio DE e centro em E;
- 11º passo** – determine uma interseção entre as circunferências centradas em E e O;

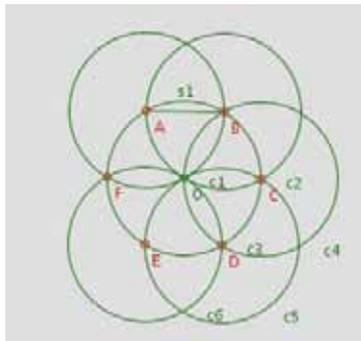


Figura 18 - Atividade 2 na tela do Régua e Compasso

- 12º passo** – construa o hexágono ABCDEF. Esse hexágono é regular. Por quê?

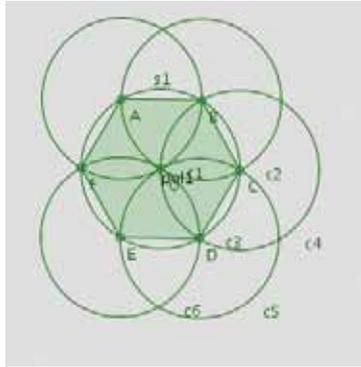


Figura 19 - Atividade 2 acabada

13º passo – Crie a macro hexágono.mcr tendo como entradas os pontos A e B e como saída os pontos C, D, E e F e o polígono ABCDEF.

6.2.3 Obtenção de um triângulo obtusângulo

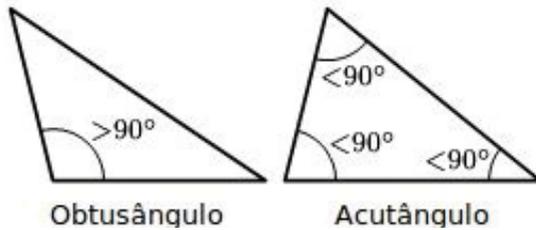


Figura 20 - Tipos de triângulo

1º passo – no menu **Configurações**, selecione Número de dígitos. Na janela **Definir número de dígitos**, que será aberta, registre duas casas decimais na linha correspondente a **Mostrar e Ângulos**;

2º passo – construa um triângulo acutângulo (sem utilizar a ferramenta polígono) e nomeie A, B e C os seus vértices. Para isso, clique com o botão direito no *mouse* sobre cada vértice e, na janela que se abrirá, troque a letra já existente pela letra desejada. Clique na ferramenta **Mostrar nome dos objetos** nessa mesma janela e, depois, clique em **OK**;

3º passo – ative a ferramenta **Ângulo** para marcar os ângulos internos desse ângulo;

4º passo – clique com o botão direito do *mouse* sobre a

“marca” de um dos ângulos internos do triângulo. Na janela que se abrirá ative a ferramenta **Mostrar valores dos objetos** e clique em **OK**. Repita esse procedimento para os outros dois ângulos internos. Observe as medidas dos ângulos;

5º passo – movimente um dos vértices de modo a obter um triângulo obtusângulo;

6º passo – salve a construção feita.

6.2.4 Utilizando a ferramenta Animação de um ponto

1º passo – trace um segmento de reta;

2º passo – trace uma reta paralela ao segmento traçado;

3º passo – utilizando a ferramenta **Polígono**, construa um triângulo de tal forma que um de seus vértices pertença ao segmento, mas sem ser uma extremidade deste, e os outros dois pertençam à reta;

4º passo – clique com o botão direito sobre o polígono e solicite sua área. Para isso, na janela que se abrirá, clique na ferramenta **Mostrar valores dos objetos** e, em seguida, em **OK**;

5º passo – utilize a ferramenta **Animação de um ponto** e clique sobre o vértice pertencente ao segmento (sobre o próprio segmento). Depois, descreva o que você observou;

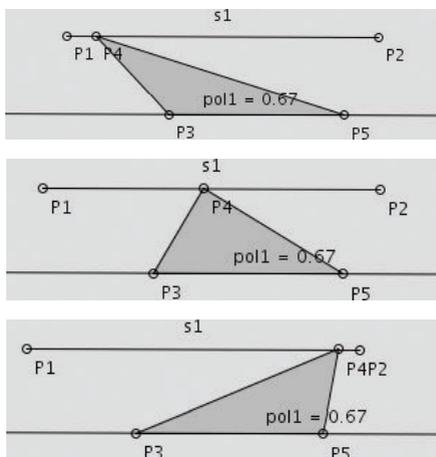


Figura 21 - Animação na atividade 4

6º passo – salve a construção feita.

6.2.5 Construindo um quadrado perfeito

1º passo – construa um quadrado que possa ser movimentado pela tela sem perder suas propriedades (utilize apenas a definição de quadrado);

2º passo – clique com o botão direito sobre cada lado do quadrado e solicite sua medida (na janela que se abrirá, clique em **Mostrar valores dos objetos** e, em seguida, em OK);

3º passo – determine a medida de cada ângulo interno do quadrado (ative a ferramenta **Mostrar valores dos objetos** e utilize a ferramenta **Ângulo**);

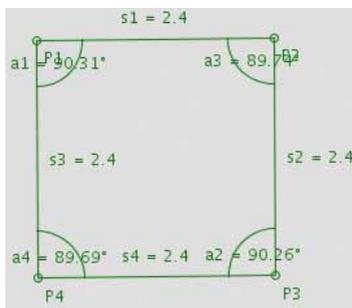


Figura 22 - Atividade 5 na tela do Régua e Compasso

4º passo – clique com o botão direito sobre o polígono e solicite sua área. Para isso, na janela que se abrirá, clique na ferramenta **Mostrar valores dos objetos** e, em seguida, em OK;

5º passo – com a ferramenta **Mostrar valores dos objetos** dos objetos ativada, trace as diagonais do quadrado. Determine a medida de cada um dos ângulos formados pelas diagonais;

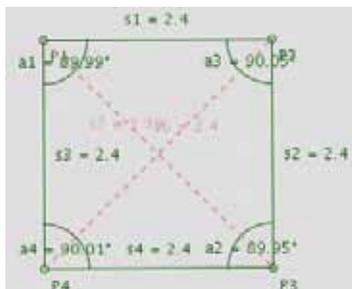


Figura 23 - Atividade 5 na tela do Régua e Compasso

6º passo – movimente um dos vértices do quadrado e observe a medida dos ângulos formados pelas diagonais e a medida das diagonais. Enuncie, com suas palavras, as propriedades que você observou;

7º passo – determine a medida dos ângulos que cada diagonal forma com os lados;

8º passo – movimente um dos vértices do quadrado e observe a medida dos ângulos considerados no passo anterior. Enuncie, com suas palavras, a propriedade que você observou.

6.2.6 Quadrilátero inscrito em uma circunferência²

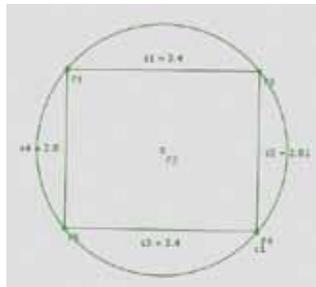


Figura 24 - Atividade 6 na tela do Régua e Compasso

1º passo – construa os pontos **P1** e **P2**, livres;

2º passo – crie uma circunferência com centro em **P2** passando por **P1**;

3º passo – crie os pontos **P3**, **P4** e **P5** sobre a circunferência, de modo que sejam os vértices do quadrado juntamente com **P1**;

4º passo – utilize a ferramenta **Segmento** unindo os pontos sobre a circunferência, formando o quadrado;

5º passo – com a ferramenta **Mostrar valores dos objetos** ativada, determine a medida de cada um dos segmentos;

6º passo – com a ferramenta **Mover** ponto ativada, movimente os pontos sobre a circunferência, procurando ajustar as

² Atividade criada por Elciana Goedert Fernandes.

medidas dos segmentos de forma que os lados do quadrado tornem-se iguais. Enuncie, com suas palavras, as propriedades que você observou;

7º passo – salve a construção feita;

8º passo – movimente um dos vértices do quadrado e observe a medida dos ângulos considerados no passo anterior. Enuncie, com suas palavras, a propriedade que você observou.

7 TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

Veremos aqui cinco tipos de transformações geométricas: **reflexão, translação, rotação, homotetia e transferência de medida**, com suas respectivas definições e a construção do macro de cada uma delas, passo-a-passo.

7.1 REFLEXÃO

7.1.1 Definição

A reflexão do ponto P_1 em relação à reta r é o ponto P_2 , de tal forma que a reta que passa por P_1 e P_2 é perpendicular à reta r e à distância de P_1 até r é igual à distância de P_2 até r .

7.1.2 Construção do macro

1º passo – construa um ponto P_1 livre;

2º passo – construa uma reta $|1$ definida por dois pontos;

3º passo – construa uma reta $p|1$ perpendicular a $|1$, passando por P_1 ;

4º passo – com a ferramenta **Interseção**, construa um ponto $P|1$, que é a interseção de $p|1$ e $|1$;

5º passo – construa um círculo c_1 de centro em $|1$ e passando por P_1 ;

6º passo – com a ferramenta **Interseção**, construa um ponto $|2$, que é a interseção de $p|1$ e c_1 ;

7º passo – clique sobre a ferramenta **Macro**, para iniciá-la;

8º passo – selecione na construção os objetos iniciais, P1 e |1, clicando sobre eles;

9º passo – clique novamente sobre a ferramenta **Macro**;

10º passo – selecione os objetos finais, o ponto |2;

11º passo – clique mais uma vez sobre a ferramenta Macro;

12º passo – na janela **Definir uma macro** que se abre, nomeie a macro como "**Reflexão**", marque a opção **Esconder itens duplicados** e depois clique em OK.

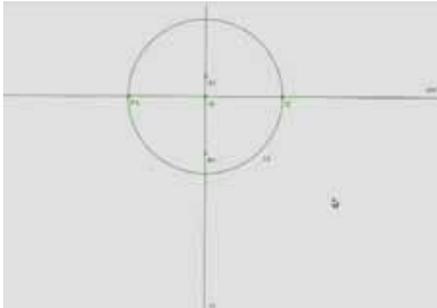


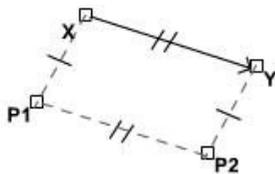
Figura 25 - Construção da macro Reflexão

A macro está terminada! Pode testá-la.

7.2 TRANSLAÇÃO

7.2.1 Definição

A translação de P1 em relação ao vetor v1 é o ponto P2, de forma que a distância de P1 a P2 é igual à distância de X a Y e P1P2 é paralelo a XY e tem o mesmo sentido. De outra forma, os pontos X, Y, P2 e P1 (nessa ordem) formam um paralelogramo.



$$d(P1,r) = d(P2,r)$$

$$\overline{P1P2} \parallel \overrightarrow{XY}$$

Figura 26 - Paralelogramo e seus pontos

7.2.2 Construção da macro

1º passo – construa o ponto P1 livre;

2º passo – construa um segmento orientado de P2 e P3;



Figura 27 - Início da construção da macro Translação

3º passo – construa o ponto médio M1 entre P1 e P3;

4º passo – construa a semirreta sr1 de origem em P2 e passando por M1;

5º passo – construa o círculo c1 de centro M1, passando por P2;

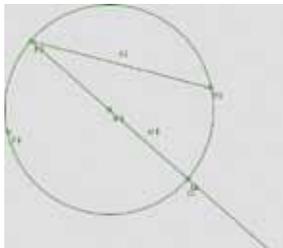


Figura 28 - Macro translação sendo construída

6º passo – com a ferramenta Interseção, construa um ponto |1, que é a interseção de sr1 e c1;

7º passo – clique sobre a ferramenta **Macro**, para ativá-la;

8º passo – selecione os objetos iniciais, ponto P1 e segmento orientado s1;

9º passo – clique novamente sobre a ferramenta **Macro**;

10º passo – selecione os objetos finais, o ponto |1;

11º passo – clique mais uma vez sobre a ferramenta **Macro**;

12º passo – na janela **Definir uma macro** que se abre, nomeie a macro como "**Translação**", marque a opção **Esconder itens duplicados** e depois clique em **OK**.

A macro está terminada! Pode testá-la.

7.3 ROTAÇÃO

7.3.1 Definição

A rotação de P1 ao redor de O com medida de ângulo

\widehat{AXB} é o ponto P_2 tal que $\widehat{P_1OP_2}$ tem mesma medida de \widehat{AXB} e a distância de P_2 até O é igual à distância de P_1 até O

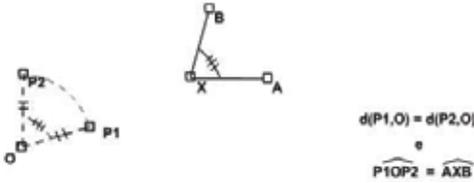


Figura 29 - Ângulos para demonstração da Rotação

7.3.2 Construção da macro

- 1º passo** – crie os pontos P_1 e P_2 livres;
- 2º passo** – crie um ângulo a_1 definido por três pontos: P_3 , P_4 e P_5 ;
- 3º passo** – crie o ângulo a_2 definido por dois pontos (P_1 e P_2) e de medida definida igual a a_1 ;
- 4º passo** – crie um círculo de centro em P_2 e passando por P_1 ;
- 5º passo** – com a ferramenta **Interseção**, crie o ponto |1, interseção de c_1 e a semirreta definida pelo ângulo a_2 ;
- 6º passo** – clique sobre a ferramenta **Macro**, para iniciá-la;
- 7º passo** – selecione os objetos iniciais, ponto P_1 e o segmento orientado s_1 ;
- 8º passo** – clique novamente sobre a ferramenta **Macro**;
- 9º passo** – selecione os objetos finais, o ponto |1;
- 10º passo** – clique mais uma vez na ferramenta **Macro**;
- 11º passo** – na janela **Definir macro**, que se abre, nomeie a macro como **"Rotação"**, marque a opção **Esconder itens duplicados** e depois clique em **OK**.

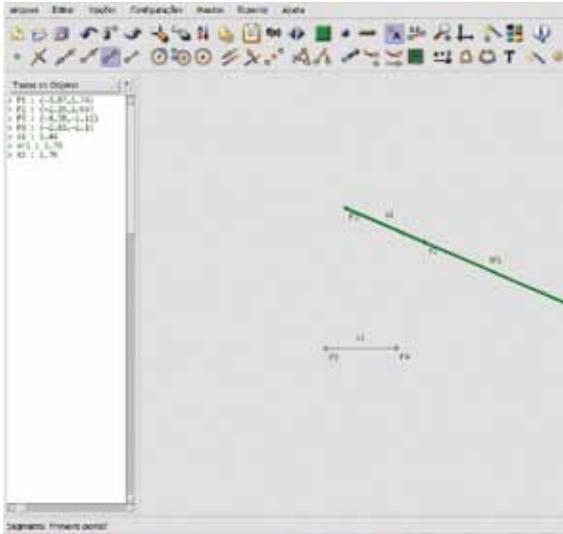


Figura 32 - Tela do Régua e Compasso com o início da construção da macro Homotetia

5º passo – com a ferramenta **Expressão aritmética**, crie a expressão E1 definida por $s1*s2$. Clique em algum lugar na **janela geométrica** para abrir a janela de edição da expressão;

6º passo – com a ferramenta **Circunferência com raio fixo**, crie o círculo c1 de centro em P1 e raio definido igual ao valor de E1 (a expressão);

7º passo – com a ferramenta **Interseção**, crie o ponto |1, que é a interseção de c1 e r1;

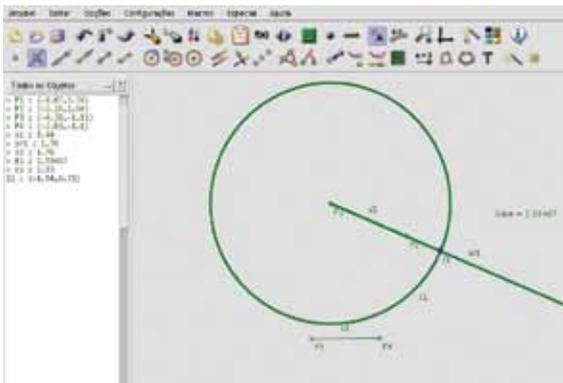


Figura 33 - Construção da macro Homotetia

- 8º passo** – clique sobre a ferramenta **Macro**, para iniciá-la;
- 9º passo** – selecione os objetos iniciais, pontos P2 e P1 e segmento s1;
- 10º passo** – clique novamente sobre a ferramenta **Macro**;
- 11º passo** – selecione os objetos finais, o ponto |1;
- 12º passo** – clique mais uma vez na ferramenta **Macro**;
- 13º passo** – na janela **Definir macro**, que se abre, nomeie a macro como “**Homotetia**”, marque a opção **Esconder itens duplicados** e depois clique em **OK**.

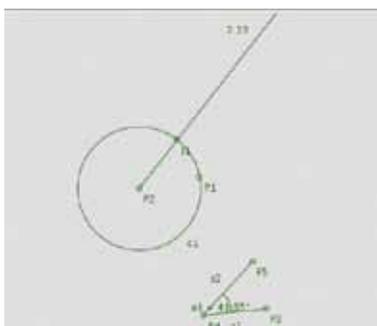


Figura 34 – Macro Rotação sendo construída

A macro está terminada! Pode testá-la.

8 MODELAGENS GEOMÉTRICAS



Figura 35 - Tipos de modelagens geométricas

Realizaremos agora alguns tipos de modelagens geométricas, analisando primeiramente o conceito de cada uma

delas e, na sequência, apresentaremos os passos para sua construção.

8.1 HÉLICE

Iniciaremos a modelagem geométrica com Régua e Compasso com a construção de uma hélice. A hélice é um mecanismo bastante simples que pode ser utilizado para compor mecanismos mais complexos. Observe que, na construção, o movimento de um ponto sobre o círculo desencadeia o giro da hélice.



Figura 36 - Atividade 5 na tela do Régua e Compasso

1º passo – crie uma **circunferência com raio fixo** de medida 1.0. Clique na ferramenta e preencha a janela **Editar circunferência** que se abre;

2º passo – crie um ponto vermelho sobre a circunferência;

3º passo – crie uma semirreta (preta) de origem no ponto vermelho e passando pelo centro do círculo;

4º passo – crie uma reta perpendicular à semirreta, passando pelo centro do círculo;

5º passo – marque os pontos de interseção entre as retas (reta e semirreta) e o círculo;

6º passo – a seguir, esconda as retas com a ferramenta **Esconder objetos**;

7º passo – ligue os pontos opostos através de segmentos de reta;

8º passo – ative a ferramenta Animar um ponto. Clique duas vezes no ponto vermelho sobre o círculo e uma vez sobre o círculo. Assim, a estrutura fará o movimento de hélice.

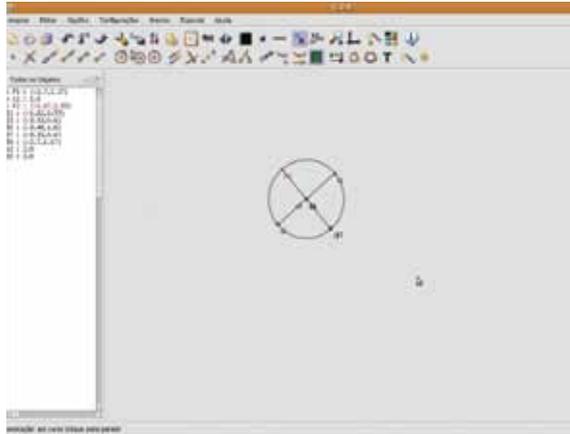


Figura 37 -
Construção da Hélice

8.2 PISTÃO

O pistão é um mecanismo um pouco mais complexo e serve para modelar, por exemplo, o motor de um carro ou as rodas de uma locomotiva. Observe que, na construção, o movimento de um ponto sobre o círculo desencadeia o movimento vertical de um segundo ponto.

1º passo – repita o princípio da construção da hélice (reveja os passos iniciais do exercício anterior): uma circunferência de raio fixo 1.00 e um ponto vermelho sobre ela;

2º passo – trace uma reta, passando pelo centro do círculo, que fique em posição vertical;

3º passo – demarque os pontos de interseção entre o círculo e a reta;

4º passo – transfira a medida do diâmetro do círculo para o ponto vermelho através do compasso, encontrando um ponto de interseção com a reta; clique nos pontos de interseção entre o círculo e a reta e depois no ponto vermelho;

5º passo – utilize a mesma medida do diâmetro para criar um segmento sobre a reta. Para isso, utilize novamente o compasso, clique nos pontos de interseção entre o círculo e a reta e depois na interseção entre o círculo criado no passo anterior, com a reta;

6º passo – com a ferramenta **Esconder objetos**, apague os círculos grandes e a reta, para que seja possível uma melhor visualização da construção;

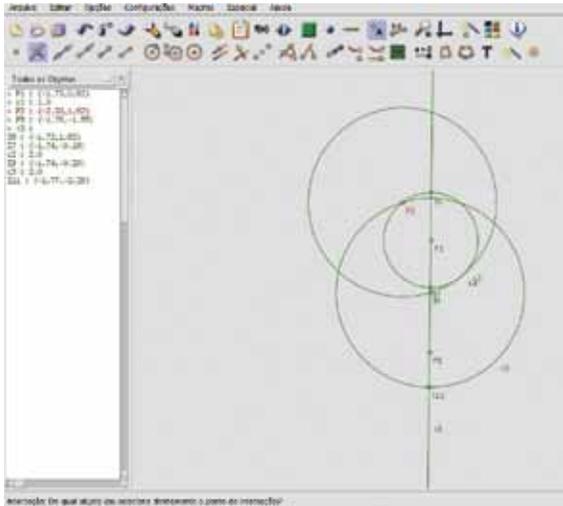


Figura 38 -
Construção do Pistão

7º passo – ligue os pontos que definem os segmentos que formam as hastes do pistão;

8º passo – anime o ponto vermelho sobre o círculo para reproduzir o movimento de um pistão; ative a ferramenta **Animar um ponto** e clique duas vezes no ponto vermelho e uma vez sobre o círculo.

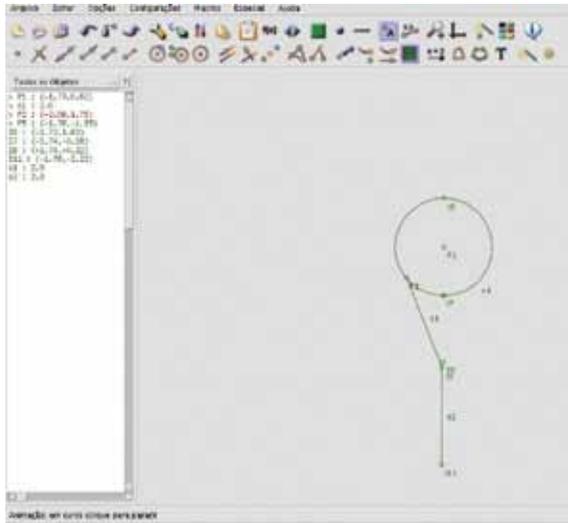


Figura 39 -
Construção do Pistão

8.3 PÊNDULO

Com a construção de um pêndulo, vamos introduzir movimento através de funções. Esse é um interessante recurso do Régua e Compasso, pois com ele podemos criar animações muito bem estruturadas.

1º passo – construa um segmento base de medida qualquer. Para isso utilize a ferramenta Segmento. Será criado o segmento s1;

2º passo – crie um ponto sobre o segmento, ligando esse novo ponto com o ponto da extremidade esquerda através de outro segmento. Este será o segmento s2;

3º passo – crie uma expressão numérica (utilize a ferramenta com o mesmo nome) que irá expressar o movimento do pêndulo. Na janela que se abre, digite a expressão:

$$\text{sqrt}((1-2*s2/s1)^2)*90+45.$$



Figura 40 - Janela de edição da Expressão

Por que utilizar a função $\sqrt{(1-2*s2/s1)^2*90+45}$?

- **Valores do ângulo** – pelo movimento descrito pelo pêndulo, uma dica é a utilização de seno e cosseno de ângulos para movimentar o pêndulo. O valor 90 na expressão serve para determinar a abertura do ângulo percorrido pelo pêndulo. Quando somamos o valor 45 na expressão, indicamos um giro de 45 graus para ajustar a posição do pêndulo;
- **Ida e volta** – como desejamos que o pêndulo descreva a curva duas vezes, uma na ida e outra na volta, precisamos de uma função que possa representar uma incógnita que aumente até um determinado valor, retornando a seguir para o valor inicial. Como a expressão que mais bem representa isso é a função módulo, iremos reproduzi-la através da aplicação da função quadrática e da função raiz quadrada, consecutivamente, fazendo assim com que de -1 a 0 a função tenha o mesmo comportamento que de 0 a 1, apenas alterando seu sentido, dando como resposta o movimento de 1 a 0 e de 0 a 1 novamente;
- **Valores de -1 a 1** – agora precisamos de uma função associada ao ponto que se move sobre o segmento s_1

que descreva uma variação de valores de -1 a 1. Como s_2 (que é associado ao ponto sobre o segmento s_1) varia de 0 até a medida de s_1 , se fizermos a razão de s_2 por s_1 , os valores dessa função irão variar de 0 a 1. Ao multiplicarmos por -2, temos uma função variando de -2 a 0. Ao somar 1 à função, temos uma função variando de -1 a 1, como queríamos. Com a combinação dessas funções, teremos uma função que varia de 135 até 45, retornando a seguir para 135. Com o sinal negativo que receberá depois, ela variará de -135 a -45;

4º passo – crie um ponto livre P4 que será a haste do pêndulo. Depois, crie um outro ponto e clique com o botão esquerdo do *mouse* sobre ele, abrindo a janela de edição do ponto;

5º passo – edite as coordenadas X e Y do último ponto que criamos (P5). Para isso, também pode ser utilizada a ferramenta **Editar objeto**, que abre a mesma janela de edição. As coordenadas a serem utilizadas são:

$$X=2*\cos(E1)+x(P4) \text{ e}$$

$$Y=-2*\sin(E1)+y(P4).$$

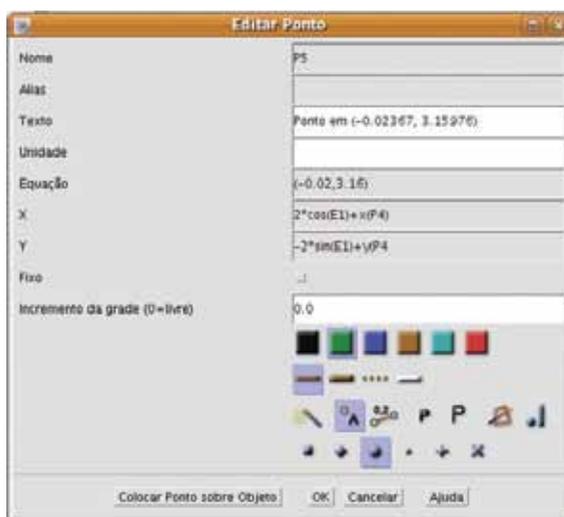


Figura 41 - Janela de edição de um Ponto

Entenda por que utilizar as coordenadas:

$$X=2*\cos(E1)+x(P4) \text{ e}$$

$$Y=-2*\sin(E1)+y(P4):$$

Coordenada X – o movimento do ponto na coordenada x será regido pela função cosseno de um ângulo variando entre 45 e 135 graus. O valor é multiplicado por 2 para aumentar o tamanho da haste (raio);

Coordenada Y – o movimento do ponto na coordenada y será regido pela função seno de um ângulo entre -45 e -135 graus, devido ao valor negativo precedendo a função seno. O valor é multiplicado por 2 para aumentar o tamanho da haste (raio);

As funções devem ser fixadas para que o mecanismo funcione corretamente;

6º passo – ligue os pontos P4 e P5 por um segmento e crie uma circunferência de raio fixo 0.3 com centro em P5 para representar o pêndulo;

7º passo – clique na ferramenta Esconder objetos e depois, sobre o número (expressão) que está na tela;

8º passo – ative a ferramenta Animar um ponto e clique duas vezes no ponto sobre o segmento e uma vez no segmento, para reproduzir o movimento do pêndulo.

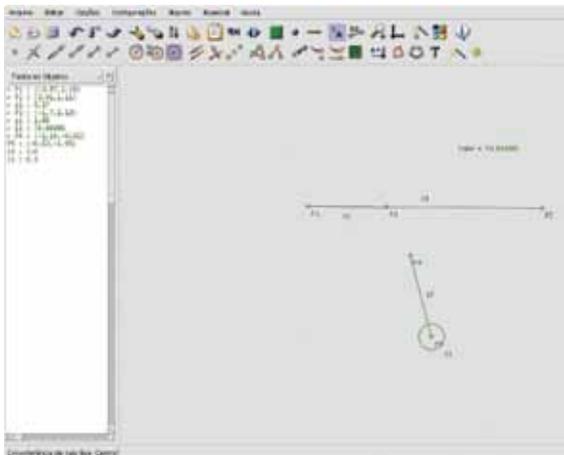
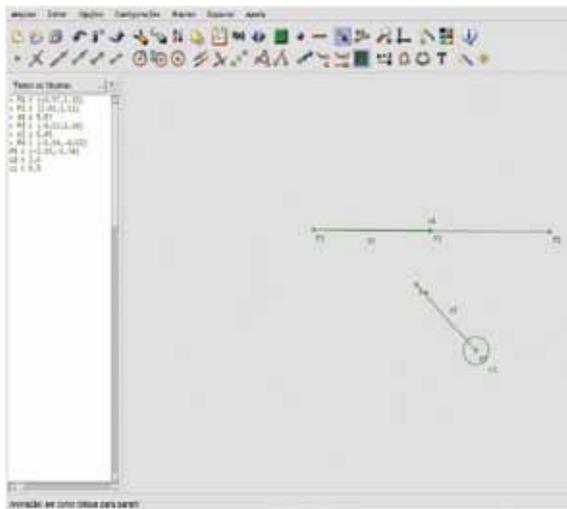


Figura 41 - Janela da construção do Pêndulo

Figura 43 -
Visualização do
pêndulo no
Régua e Compasso



8.4 APARECE/DESAPARECE

A construção de um mecanismo que tem como base um objeto que aparece/desaparece da tela é um dos recursos de efeito de movimento que é possível no *software* Régua e Compasso. Este é um recurso interessante e de grande aplicabilidade, pois permite que um objeto que se movia em uma direção desapareça e um outro objeto apareça em seu lugar.

1º passo – crie uma linha de tempo. Para isso, faça um segmento s1 de medida qualquer e, logo após, crie um ponto P3 sobre o segmento;

2º passo – abaixo do segmento criado, crie o segmento s2 que representará o tempo que o objeto permanecerá na tela;

3º passo – crie uma reta perpendicular per|1 ao segmento s1, passando pelo ponto P3. Com a ferramenta **Interseção**, marque a interseção entre per|1 e o segmento s2;

4º passo – com a ferramenta **Reta**, crie uma reta (r1) abaixo do segundo segmento. É nela que o objeto se moverá;

5º passo – esconda a reta perpendicular per|1 com a ferramenta **Esconder objetos**;

6º passo – crie uma semirreta sr1 de origem no ponto P3 e passando por |1. A seguir, marque o ponto |2, interseção da semirreta sr1 e da reta r1;

7º passo – esconda alguns objetos com a ferramenta Esconder objetos para assim ter uma melhor visualização da construção: a reta, a semirreta e os pontos P6 e P7;

8º passo – crie uma **circunferência de raio fixo** com medida 0.3 ao redor do ponto |2;

9º passo – anime o ponto P3 sobre o segmento s1 para fazer o movimento do círculo, que irá aparecer e desaparecer. Clique duas vezes em P3 e uma vez em s1.

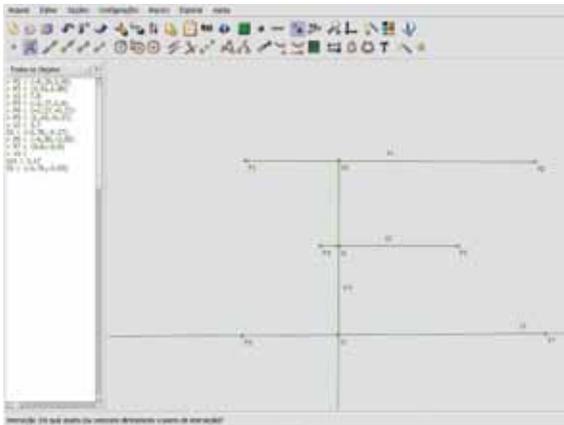


Figura 44 - Construção da atividade aparece/ desaparece

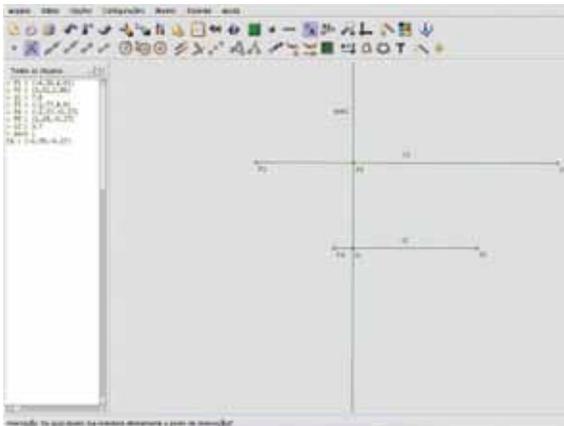


Figura 45 - Construção da atividade aparece/ desaparece

Figura 46 - Construção da atividade aparece/desaparece

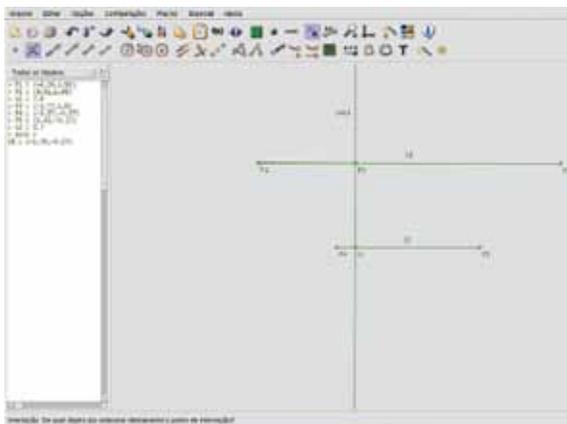
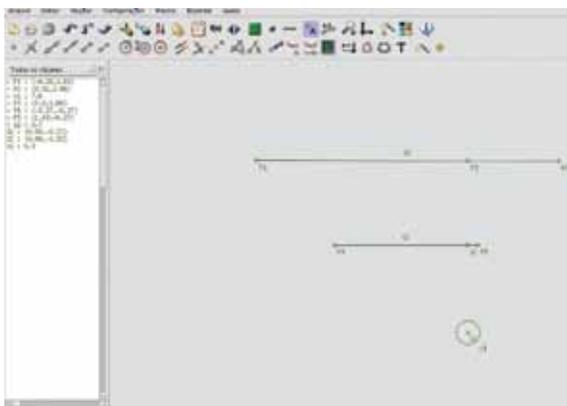


Figura 47 - Construção da atividade aparece/desaparece



8.5 ROLDANA

Com a construção de uma roldana vamos introduzir movimentos ilusórios. Uma corda gira em torno da roldana, mas isso é pura ilusão geométrica.

1º passo – com a ferramenta **Segmento**, crie um segmento vertical (s_1), definido pelos pontos P_1 e P_2 . A seguir, crie uma reta $per|_1$ perpendicular a s_1 , passando pelo ponto P_1 (o ponto de cima). Crie o ponto P_3 ao lado esquerdo de P_1 , sobre a reta $per|_1$;

2º passo – crie uma circunferência c_1 com centro P_3 sobre a reta $per|_1$ e passando por P_1 . A seguir, marque a interseção $|_1$ entre $per|_1$ e c_1 . Trace a reta $per|_2$ perpendicular a $per|_1$ e passando por $|_1$;

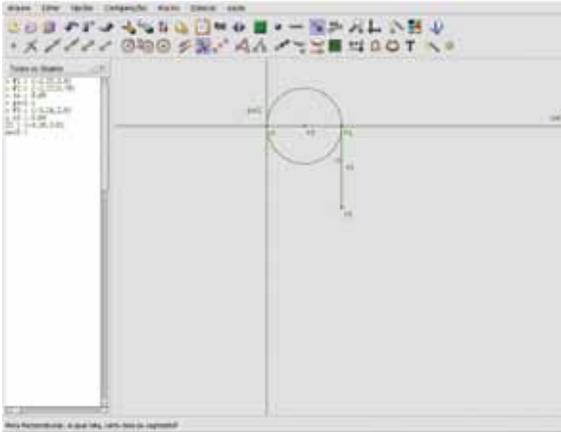


Figura 48 - Construção da Roldana

3º passo – crie o ponto P4 sobre s1, ligando-o através de um segmento s2 até o ponto P1;

4º passo – com a ferramenta Compasso, crie uma circunferência c2 de raio P2P4, com centro em |2. Clique em P2, P4 e |2. Na sequência, marque o ponto de interseção |3 do círculo c2 com a reta per|2 e crie um segmento de |3 até |2;

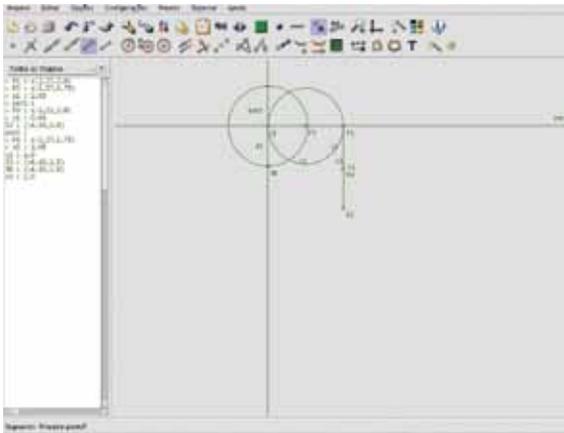


Figura 49 - Construção da Roldana

5º passo – agora, com a ferramenta Expressão numérica, escreva na janela que se abre a expressão **E1** de valor **$s2 * 180 / (c1 * \pi)$** . Com esta expressão, será reproduzido o movimento dos eixos da roldana;



Figura 50 - Construção da Roldana

Por que usar a expressão $s2 \cdot 180 / (c1 \cdot \pi)$?

Essa expressão pode ser obtida de cálculos geométricos e trigonométricos simples, para medir o ângulo que foi percorrido sobre uma circunferência, ao se mover uma distância $s2$: $s2$ é a distância percorrida e $c1$ é o raio do círculo.

Sabemos que, ao percorrer $s2 = 2 \cdot \pi \cdot c1$, estaremos dando uma volta completa na circunferência, isto é, 360 graus. Ao percorrer $s2 = \pi \cdot c1$, daremos meia volta sobre a circunferência, isto é, 180 graus. Assim, podemos perceber que para definirmos o ângulo, basta dividirmos $s2$ por $(c1 \cdot \pi)$, multiplicando a seguir por 180, para expressar o ângulo em graus;

6º passo – crie um ponto livre P5 na parte superior esquerda, ao lado de c2, cujas coordenadas serão editadas para:

$$X = c1 \cdot \cos(E1) + x(P3)$$

$$Y = c1 \cdot \sin(E1) + y(P3).$$

Qual o significado dessas expressões?

A explicação será para a coordenadas X, sendo semelhante para Y, na vertical. Pela expressão E1, foi feita uma conversão de uma distância percorrida em um ângulo sobre uma circunferência. Depois, criou-se o ponto sobre a

circunferência que anda um ângulo equivalente à distância s_2 . Portanto, a expressão $c_1 * \cos(e_1)$ é a coordenada x de um ângulo sobre a circunferência c_1 . A parte da soma $x(P_3)$ significa que o ponto deve andar sobre a circunferência de centro P_3 ;

7º passo – com a ferramenta **Esconder objetos**, esconda alguns objetos para ter uma boa visualização da construção. Esconderemos as retas, o círculo c_2 , o segmento s_1 , os pontos P_2 , P_1 e $|1$ e a expressão E_1 ;

8º passo – trace uma semirreta r_1 com origem em P_5 e passando por P_3 (centro do círculo). Depois, trace a reta $per|3$, perpendicular a sr_1 , passando por P_3 . Marque as interseções das retas com o círculo;

9º passo – com a ferramenta **Esconder objetos**, esconda as retas. A seguir, utilize a ferramenta **Segmento** e una os pontos de interseções das retas com o círculo através de segmentos;

10º passo – ative a ferramenta **Mover um ponto** e mova o ponto P_4 para baixo. A estrutura reproduzirá o efeito de uma roldana. Aqui, não podemos animar a construção sem o primeiro segmento construído.

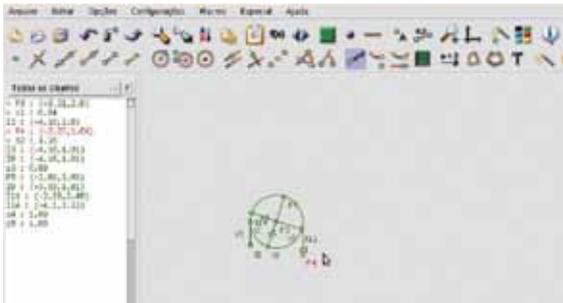


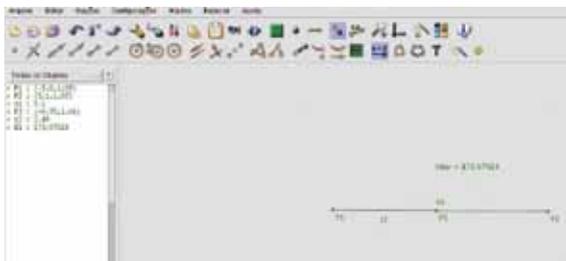
Figura 51 - Construção da Roldana

8.6 RODA SE MOVENDO

1º passo – crie uma linha do tempo: o segmento s_1 definido por dois pontos. A seguir, crie um ponto P_3 sobre s_1 , ligando-o ao ponto P_1 através de um segmento s_2 ;

2º passo – crie a expressão E_1 definida da seguinte forma:
 $(s_2/s_1)*360$

Figura 52 - Construção da roda se movendo



Por que utilizar a expressão $(s2/s1)*360$?

Ela é utilizada para que, quando $s2$ tiver a medida de $s1$, o valor da expressão seja 360, e quando $s2$ tiver medida nula, a expressão tenha valor nulo. Além disso, queremos uma expressão linear em função de $s2$;

3º passo – crie os pontos P4 e P5 de maneira que a coordenada y dos dois seja a mesma. Ative a ferramenta **Mostrar grade** para visualizar o eixo de y . Após criar o ponto, desative a visualização da grade. Depois, trace uma reta passando por P4 e P5;

4º passo – crie um ponto P6 e edite suas coordenadas com os seguintes valores: $x=5*x(P3)$ e $y=y(P4)$ (clique com o botão direito do *mouse* para abrir a janela de edição). Na sequência, com a ferramenta **Circunferência com raio fixo**, crie um círculo $c1$ de centro P6 e de raio definido 0.7;

Por que utilizar as coordenadas $x=5*x(P3)$ e $y=y(P4)$?

Porque aqui é necessário um ponto que estará se movendo linearmente na horizontal, acompanhando o movimento do ponto P3. Porém, seu movimento precisa ser maior em módulo do que o movimento de P3, e por isso ele é multiplicado por 5. Esse valor pode ser alterado, desde que outras expressões sejam alteradas mais à frente.

Quanto à coordenada y , desejamos que permaneça sempre a mesma e que se mova sobre a reta horizontal que passa por P4;

5º passo – trace uma reta $per|1$ perpendicular a $r1$, passando por P6. Marque a interseção $|1$ entre $c1$ e $per|1$. A seguir, crie um círculo $c2$ de centro $|1$, passando por P6;

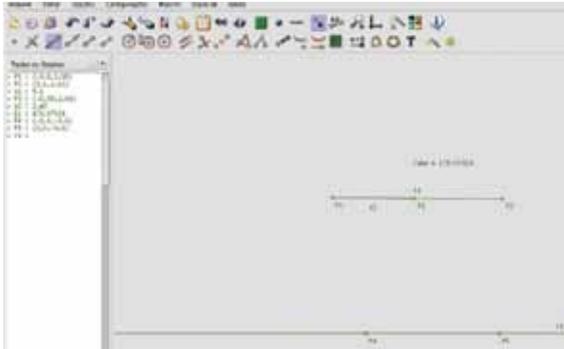


Figura 53 - Construção da roda se movendo

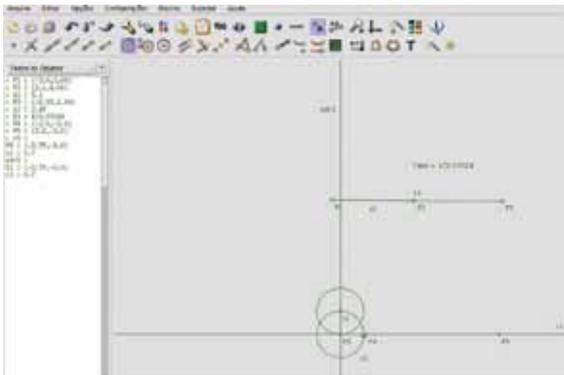


Figura 54 - Construção da roda se movendo

6º passo – crie um ponto P7 com as seguintes coordenadas:

$$x = -c2 * \cos(5 * E1) + x(|1)$$

$$y = c2 * \sin(5 * E1) + y(|1).$$

O que significam estas coordenadas?

Como precisamos que o ponto se mova sobre uma circunferência, utilizamos a expressão $c2 * \cos(5 * E1)$, que descreve o movimento horizontal sobre o círculo $c2$. O valor 5, que multiplica a expressão $E1$, descreve o movimento acelerado da roda para acompanhar a distância 5 vezes maior que $P3$. Se o valor 5 foi alterado anteriormente, aqui ele deverá ser alterado também. O sinal negativo na frente da expressão serve para mostrar que o movimento da roda é contrário ao movimento utilizado no círculo trigonométrico. A parte da

soma $x(|1)$ mostra que o ponto deverá acompanhar a circunferência de raio $c2$ que tem centro em $|1$.

A coordenada y tem exatamente o mesmo significado que o de x , sendo apenas modificada para o sentido vertical e não possuindo o sinal negativo, pois o seu uso faria com que o movimento voltasse a ser anti-horário;

7º passo – trace a semirreta de origem em $P7$, passando por $|1$. Depois, trace a reta $per|2$ perpendicular a $sr1$ e passando por $|1$. Marque as interseções das retas $sr1$ e $per|2$ com $c2$;

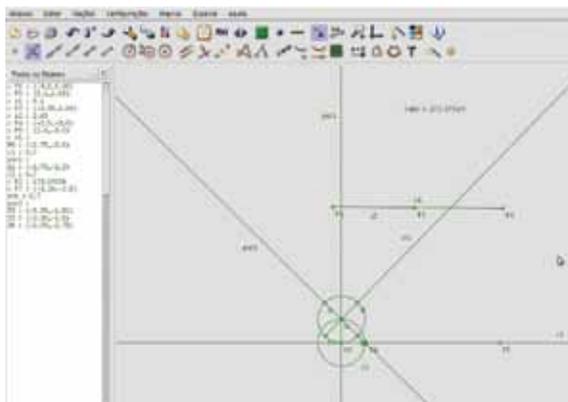


Figura 55 - Construção da roda se movendo

8º passo – com a ferramenta **Esconder objetos**, esconda a reta $per|2$ e a semirreta $sr1$ para melhor visualização da construção. Logo depois, ligue os pontos opostos sobre o círculo através de segmentos para representar os arcos;

9º passo – com a ferramenta **Esconder objetos**, esconda os objetos que não aparecerão na animação, como a reta $per|1$, o círculo $c1$, os pontos $P4$, $P5$ e $P6$, a expressão $E1$ e os pontos de interseção sobre o círculo;

10º passo – anime o ponto $P3$ sobre o segmento para reproduzir o movimento da roda se movendo sobre uma superfície: clique duas vezes no ponto $P3$ e uma vez no segmento.

Para obter mais informações sobre Régua e Compasso e outras sugestões de atividades, visite as páginas citadas nas referências.

REFERÊNCIAS

BARCELO, Gilmara Teixeira; BATISTA, Sílvia Cristina Freitas. **Geometria dinâmica utilizando o software Régua e Compasso**. Disponível em: <www.es.cefetcampos.br/softmat/download/atividades1/apostila_ReC_2008_1.pdf>. Acesso em: 1º jun. 2009.

BORTOLOSSI, Humberto José. **Régua e Compasso: software de geometria dinâmica gratuito**. Disponível em: <<http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/index.html>>. Acesso em: 1º jun. 2009.

CARVALHO, Sandro Azevedo. **Atividades com o software Régua e Compasso**. Disponível em: <<http://mandrake.mat.ufrgs.br/~mem023/20072/sandro/reguaecompasso.html>>. Acesso em: 1º jun. 2009.

FEIJÓ, Rodrigo Orestes; GRAVINA, Maria Alice. **Geometria dinâmica com Régua & Compasso**. Disponível em: <http://www.khemis.hpg.ig.com.br/car/index_pt.html>. Acesso em: 1º jun. 2009.

FEIJÓ, Rodrigo Orestes. **Régua e Compasso**. Disponível em: <http://mdmat.psico.ufrgs.br/tutorial_rec/>. Acesso em: 1º fev. 2009.

SECRETARIA DE ESTADO DA EDUCAÇÃO
Diretoria de Tecnologia Educacional
Rua Salvador Ferrante, 1.651 – Boqueirão
CEP 81670-390 – Curitiba – PR
www.diaadiaeducacao.pr.gov.br