Secretaria de Estado da Educação – SEED
Superintendência da Educação - SUED
Diretoria de Políticas e Programas Educacionais – DPPE
Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE

FICHA DE IDENTIFICAÇÃO DA PRODUÇÃO DIDÁTICO-PEDAGÓGICA
PROFESSOR PDE 2007

1. Nome do(a) Professor(a) PDE: **MARA LUCIA THOMAZ**

2. Disciplina/Área: **MATEMÁTICA**

3. IES:- UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ - **UEM**

4. Orientador(a): **VALDENI SOLIANI FRANCO**

5. Co-Orientador(a) (se houver):

6. Caracterização do objeto de estudo (exceto Professor PDE Titulado):

O objeto de estudo deste trabalho é pesquisar uma das Geometrias Não-Euclidianas, mais especificamente a Geometria Esférica, buscando encaminhamentos metodológicos diversificados e atraentes para o ensino deste conteúdo.

7. Título da Produção Didático-Pedagógica :

GEOMETRIA NÃO-EUCLIDINA – GEOMETRIA ESFÉRICA NO ENSINO MÉDIO

8. Justificativa da Produção:

No final de 2006, a Secretaria do Estado da Educação (SEED) divulgou as Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná, nas quais consta os conteúdos estruturantes para o Ensino Fundamental e Médio. Dentro do conteúdo estruturante *Geometria* aparece o tópico *Noções de Geometrias Não-euclidianas* para o Ensino Fundamental e *Noções Básicas de Geometrias Não-euclidianas* para o Ensino Médio.

Os cursos de Formação de Professores de Matemática, em geral, não tem contemplado em suas estruturas curriculares estudos das geometrias não-euclidianas. Mesmo em alguns dos conteúdos clássicos de geometria euclidiana estudados na graduação, ocorre uma certa dificuldade dos professores transpô-los para o conteúdo escolar.

Portanto com esse trabalho, pretende-se estudar e divulgar uma das geometrias não-euclidianas, a Geometria Esférica, que foi juntamente com a Geometria Hiperbólica uma das primeiras geometrias não-euclidianas a ser aceita no meio matemático.

9. Objetivo geral da Produção:

O objetivo desse material didático, um OAC, é proporcionar dicas e sugestões de estudo e atividades para os professores, sobre uma das Geometrias Não-Euclidianas, a Geometria Esférica.

10. Tipo de Produção Didático-Pedagógica:
( ) Folhas (X) OAC ( ) Outros (descrever):

11. Público-alvo: Professores do Ensino Fundamental e Médio

RECURSOS DO OAC

1- Problematização;
2- Investigação Disciplinar;
3- Perspectiva Interdisciplinar;
4- Contextualização;
5- Sítios;
6- Sons e Vídeos;
7- Imagens;
8- Proposta de Atividades;
9- Destaques;
10- Notícias;
11- Paraná;
12- Sugestão de Leitura.

1 – Recurso de Expressão	- Chamada para a problematização - Problematização do Conteúdo
2- Recurso de Investigação	- Investigação disciplinar - Perspectiva Interdisciplinar - Contextualização
3- Recurso de Informação	- Sugestão de leitura (3) - Notícias (1) - Destaques(1) - Paraná (1)
4- Recursos Didáticos	- Sítios (mínimo 3) - Sons e Vídeos (1) - Proposta de Atividade (1) - Imagem (1)

1-RECURSOS DE EXPRESSÃO:

Chamada para a problematização:

O que acontece se afirmarmos que por um ponto dado fora de uma reta dada não podemos traçar nenhuma reta paralela à reta dada?

Problematização:

No final de 2006, a Secretaria do Estado da Educação (SEED) divulgou as Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná, nas quais consta os conteúdos estruturantes para o Ensino Fundamental e Médio. Dentro do conteúdo estruturante *Geometria* aparece o conteúdo específico *Noções de Geometrias Não-euclidianas* para o Ensino Fundamental e *Noções Básicas de Geometrias Não-euclidianas* para o Ensino Médio.

Os cursos de Formação de Professores de Matemática, em geral, não tem contemplado em suas estruturas curriculares estudos das geometrias não-euclidianas. Mesmo em alguns dos conteúdos clássicos de geometria euclidiana estudados na graduação, ocorre uma certa dificuldade dos professores transpô-los para o conteúdo escolar.

Ainda de acordo com as Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná "almeja-se um ensino de Matemática que possibilite aos estudantes análises, discussões, conjecturas, apropriação de conceitos e formulações de idéias” e para que isso aconteça o aluno precisa estar motivado e interessado nas aulas de matemática.

Acreditamos que as Geometrias Não-euclidianas venha auxiliar nessa motivação e interesse, já que apresenta algo que está no cotidiano do aluno, mais do que a Geometria Euclidiana. De fato, de acordo com PIAGET (2001), a primeira geometria que a criança realiza é a Topologia, apenas por volta dos 07 anos é que a criança pode perceber a Geometria Euclidiana e a Geometria Projetiva. Lembrando que a Geometria Projetiva é a geometria da visão, e assim, muito mais intuitiva que a própria Geometria Euclidiana.

O objetivo desse OAC é oferecer aos professores de Matemática, dicas de estudo sobre uma das geometrias não-euclidianas, a saber, a Geometria Esférica, que foi juntamente com a Geometria Hiperbólica, uma das primeiras geometrias não-euclidianas a ser aceita no meio matemático.

Esse OAC faz parte do material didático produzido durante o Programa de desenvolvimento Educacional (PDE) 2007-2008, sob a orientação do professor Valdeni Soliani Franco da Universidade Estadual de Maringá.

2- RECURSO DE INVESTIGAÇÃO

Investigação Disciplinar:

A obra *Elementos* de Euclides é provavelmente uma das mais importantes já escrita em toda a história. Os treze volumes dos *Elementos* não apenas incluíram toda a matemática da sua época, mas forneceram um modelo para o desenvolvimento rigoroso das idéias matemáticas que é utilizado até os dias de hoje: inicialmente são dados algumas noções primitivas (primeiros conceitos) e alguns resultados admitidos como verdadeiros (axiomas e postulados), por meios desses são deduzidos utilizando a lógica clássica, outros resultados e conceitos, numa seqüência crescente. Os treze volumes dos Elementos contém 465 proposições, sendo 93 problemas e 372 teoremas. Do volume I ao VI tem-se Geometria Plana; do VII ao X Teoria dos Números e do XI ao XIII Geometria Espacial.

No volume I dos *Elementos* são apresentados os cinco famosos postulados:

1º – Uma linha reta pode ser traçada de um ponto a outro, escolhidos à vontade.

2º – Uma linha reta pode ser prolongada indefinidamente.

3º – Um círculo pode ser traçado com centro e raio arbitrários.

4º – Todos os ângulos retos são iguais.

5º – Se uma reta secante a duas outras formam ângulos, de um mesmo lado dessa secante, cuja soma é menor que dois ângulos retos, então essas retas se prolongadas suficientemente encontrar-se-ão em um ponto desse mesmo lado (COUTINHO, 2001).

Devido à complexidade relativa de formulação e o insuficiente apelo intuitivo do 5º Postulado fez com que através dos séculos diversos matemáticos tentassem deduzi-lo dos demais axiomas e postulados, portanto demonstrá-lo como um teorema. O resultado desse esforço continuado, que durou cerca de dois mil anos, resistiu a todas as tentativas de demonstração.

Em 1829 foi publicado em russo o artigo *Sobre os Princípios da Geometria* do matemático russo Nikolai Lobachevski (1793-1856) que tratava de uma geometria não-euclidiana. Apesar de Lobachevski ter sido o primeiro a publicar um trabalho sobre a geometria Não-Euclidiana, existe documentação comprovando que Carl Friedrich Gauss (1777-1855), a então figura dominante no mundo matemático, já havia começado a desenvolver as idéias da nova geometria na década de 1820, como ele disse, "para si próprio", e não publicou ou divulgou seu trabalho, talvez por medo de incompreensão e perseguição. De fato, a geometria de Lobachevski inicialmente não foi bem recebida, como é comumente o caso com descobertas revolucionárias que afetam convicções firmemente estabelecidas, e apenas lentamente foi se tornando conhecida.

O húngaro Janos Bolyai (1802-1860) chegou independentemente à mesma descoberta que Lobachevski e publicou seu trabalho *Ciência Absoluta do Espaço* como apêndice de um livro de seu pai em1831. A reação de Gauss tanto ao trabalho de Bolyai como de Lobachevski foi o mesmo: aprovação sincera, mas sem apoio impresso. A geometria Não-Euclidiana continuou por várias décadas a ser um aspecto da matemática um tanto à margem antes de ser completamente integrada.

Voltando ao V postulado de Euclides, ele pode ser reformulado numa linguagem mais moderna como "*dado uma reta qualquer e um ponto fora desta reta, existe uma única reta paralela à reta dada, passando por esse ponto"*. Na tentativa de se demonstrar esse postulado utilizando a demonstração por absurdo, que consiste em supor o contrário do que se quer demonstrar e procurar o surgimento de um absurdo, levou a novas geometrias. De fato, se supusermos que *"dado uma reta qualquer e um ponto fora dessa reta, existe pelo menos duas retas paralelas à reta dada, passando por este ponto"* obteremos a Geometria Hiperbólica; e se supusermos que *"nenhuma paralela é possível"*, ou seja, que o espaço não admite paralelas, então obteremos a Geometria Elíptica. Isto demonstrou que a Geometria Euclidiana era consistente quando supúnhamos o V Postulado, e portanto não seria possível demonstrá-lo.

Foi o matemático alemão Riemann (1826-1866) quem criou a Geometria Elíptica. Nessa Geometria abandona-se a noção de "estar entre" e a reta não é mais infinita como na Geometria Euclidiana, mas sim ilimitada (COUTINHO, 2001). Um caso particular dessa geometria acontece sobre a superfície de uma esfera.

Para estudar a Geometria Esférica temos que compreender algumas noções básicas, por meio da comparação da Geometria Euclidiana com a Geometria Esférica. A idéia é apresentar os conceitos e não fazer as demonstrações dos resultados:

- A definição de ponto é a mesma para a Geometria Esférica.
- O plano na Geometria Esférica é a superfície esférica.

Agora, imagine a possibilidade de se esticar uma linha reta na superfície da Terra e for caminhando em frente, percorrendo um círculo máximo (circunferência sobre a superfície da terra, cujo centro é o centro da terra). Vai chegar um momento que voltará no local de partida. Esse modelo exemplifica uma GEODÉSICA.

- As retas na Geometria Esférica são geodésicas ou círculos máximos da superfície esférica e são determinadas por dois pontos (pois se conhece o seu centro).
- Na Geometria Euclidiana dois pontos determinam uma reta, na Geometria Esférica, dois pontos (que não são antípodas) determinam uma geodésica.
- Na Geometria Euclidiana, temos segmento de reta, e na Geometria Esférica, arco da geodésica.

Nessa Geometria não existem retas paralelas, pois quaisquer duas geodésicas sempre se interceptam em dois pontos.

- O ângulo esférico é definido como sendo a interseção de duas geodésicas e sua medida é a mesma do ângulo plano formado pelas tangentes à superfície esférica no ponto de intersecção.
- Os polígonos são definidos pela porção da superfície esférica limitada pelos arcos das geodésicas.

Triângulo Esférico

Sejam A, B e C três pontos distintos sobre uma esfera e não pertencente à mesma geodésica. A figura formada pelos arcos de círculos máximos que unem esses pontos dois a dois chama-se triângulo esférico ABC. Estes arcos são os lados do triângulo esférico, portanto, um triângulo esférico é a porção da superfície esférica compreendida entre três arcos de circunferência máxima. Os lados do triângulo esférico são medidos em graus ou radianos.

Assim como nos triângulos planos, os triângulos esféricos possuem três alturas, três bissetrizes, três medianas e podem ser classificados de acordo com as medidas dos seus lados ou de seus ângulos.

De acordo com a medida dos lados, os triângulos esféricos são classificados em:

- Retilátero: um lado medindo 90^o.

- Biretilátero: dois lados medindo 90^o.

- Triretilátero: cada lado medindo 90^o.

De acordo com medida dos ângulos, os triângulos esféricos são classificados em:

- Retângulo: um ângulo reto.

- Biretângulo: dois ângulos retos.

- Triretângulo: três ângulos retos.

Algumas propriedades da Geometria Esférica:

- A soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é maior que 180^o e menor que 540^o.
- A soma das medidas dos ângulos internos de qualquer quadrilátero é maior que 360^o.
- A área da superfície esférica de raio unitário é 720^o.

- Um arco do círculo máximo é o caminho mais curto entre dois pontos, é finito, nunca são paralelos, se interceptam em dois pontos, tem dois centros que são os pólos.

- Círculos máximos nunca são paralelos.

- Dois círculos máximos tem sempre dois pontos em comum e se forem perpendiculares, formam oito ângulos retos dividindo a esfera em quatro regiões finitas.

INVESTIGAÇÃO INTERDISCIPLINAR:

O estudo da esfera e seus elementos permitem uma associação com o globo terrestre. Pode-se fazer um estudo da superfície terrestre estabelecendo relações entre a disciplina de Matemática e a de Geografia. “A relação com a Geografia se estabelece, na medida em que o saber geográfico contribui para a compreensão do mundo e institui uma rede entre os elementos que constituem a natureza, o social, o econômico, o cultural e o político” (PATAKI, 2003).

Para determinar a localização de um ponto no plano em Matemática pode-se utilizar um sistema de coordenadas cartesianas, em Geografia para se determinar a posição de um ponto em qualquer lugar da superfície terrestre é necessário saber as Coordenadas Geográficas que são dois valores angulares, a saber, a latitude e a longitude. Para definir estas coordenadas foi necessário criar na superfície terrestre várias linhas imaginárias.

Essas linhas são chamadas de meridianos (que são círculos máximos) e paralelos, e como exemplo de um, na verdade o único, paralelo que é uma circunferência máxima traçada sobre a Terra, temos o Equador, que divide a Terra em dois hemisférios o Norte e o Sul.

Os paralelos indicam a Latitude de um lugar e como a Terra é representada por uma esfera, a circunferência máxima representada pelo Equador é dividida em graus, portanto a Latitude, é a distância, medida em graus, de qualquer lugar da superfície da Terra ao Equador.

Utilizando somente a Latitude, não é suficiente para localizar a posição exata de um ponto sobre a superfície da Terra, por isso são utilizados outros círculos imaginários conhecidos como Meridianos, estes cortam perpendicularmente os paralelos e vão de um pólo a outro.

Os Meridianos determinam a longitude de um lugar, portanto é a distância, medida em graus de qualquer lugar da superfície terrestre ao meridiano de Greenwich, ponto de partida para a numeração dos demais meridianos.

Conceitos geográficos como paralelos, meridianos, latitudes, longitudes e fusos horários estão baseados em importantes idéias geométricas (círculos máximos, ângulos, perpendicularismo, distância entre dois pontos, etc) que, quando trabalhadas no contexto da superfície da Terra conduzem o aluno a uma melhor compreensão e aprendizagem do tema.

O estudo dos movimentos da Terra nos permite entender, além das quatro estações do ano, porque o Trópico de Capricórnio ou o Círculo Polar Ártico são paralelos notáveis. Veremos ainda que as relações entre longitude e fusos horários bem como entre latitude e o ângulo de elevação do Sol nos levam a problemas geométricos relevantes.

O estudo da posição relativa de duas ou mais esferas e as relações entre as coordenadas geográficas e as coordenadas cartesianas constituem a fundamentação matemática necessária para o entendimento de alguns modernos sistemas de navegação por satélites, em especial do GPS (Sistema Global de Posicionamento), sofisticado sistema de navegação ou posicionamento global, que informa com exatidão a latitude, a longitude e a altitude de um lugar.

CONTEXTUALIZAÇÃO:

A Geometria Euclidiana funciona muito bem em superfícies planas o que era de se esperar, mas como podemos definir situações geométricas sobre uma superfície curva? Certamente a geometria Euclidiana não é satisfatória, como é fácil de perceber.

Por exemplo, sabemos que na geometria Euclidiana a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo dá sempre 180º. Quando traçamos um triângulo sobre uma superfície curva isso já não é mais verdade. Foi preciso então estabelecer uma nova geometria que pudesse resolver essas questões.

Alguns poderão estar fazendo a seguinte pergunta: a Terra é uma (quase) esfera, a geometria de Euclides funciona na Terra, então porque a geometria de Euclides não pode explicar uma geometria curva? Ocorre que, localmente, podemos considerar que estamos trabalhando em um plano. Entretanto, quando precisamos considerar grandes distâncias sobre a superfície da Terra a geometria de Euclides não funciona. Isso é visto em navegação de longo curso, onde a curvatura da Terra não pode ser desprezada.

Para desenvolver uma geometria de espaços curvos foi necessária a colaboração de pesquisadores que marcaram a história da matemática. Entre esses nomes estavam Gauss, Bolyai, Lobachevski e Riemann.

Como não vivemos em um mundo plano, um modelo ideal de visualização é a Terra pois é um corpo sólido que se assemelha a uma esfera.

3-RECURSOS DE INFORMAÇÃO

Sugestão de Leitura:
Categoria: Livro
Sobrenome: Coutinho
Nome: Lázaro
Título: Convite às Geometrias não-Euclidianas
Edição: 2ª
Editora:Editora Interciência Ltda
Disponível:

Comentários: Este livro leva o leitor a tomar conhecimento das Geometrias Não-Euclidianas, no prólogo o autor conta uma interessante estória sobre a possível morte do sol e o desenvolvimento de um projeto para levar seres humanos da Terra para um possível planeta distante. O problema maior é definir a trajetória da nave, pois havia a dúvida: o espaço em que vivemos é ou não euclidiano? Nos capítulos seguintes constam: geometria hiperbólica, geometria elíptica etc.
Sugestão de Leitura: Categoria: Livro Sobrenome: Kasner Nome: Edward Título: Matemática e Imaginação Edição:2ª Editora:Zahar Editores Disponível: Comentários: Este livro traz de forma simples vários assuntos interessantes da matemática. No capítulo IV, Geometrias Diversas – Plana e Fantasia, explica dois tipos de geometrias a quadridimensional e não euclidiana. Distingue Matemática pura da Matemática Aplicada e compara a geometria de Euclides com a de Lobachevsky e Riemann.
Sugestão de Leitura: Categoria: Livro Sobrenome: Petit Nome: Jean-Pierre Título:As aventuras de Anselmo Curioso – Os mistérios da Geometria Edição: 1ª Editora: Gráfica Barbosa & Santos, Lda, em maio de 1982, Lisboa Disponível: Comentários: No livro Os mistérios da Geometria conta as estórias de Anselmo Curioso numa aventura fascinantes pelo mundo de Euclides, coloca ao alcance do leitor de forma simples e ilustrada, noções de geometria não-euclidiana.
Sugestão de Leitura: Categoria: Livro Sobrenome: BOYER Nome: Carl B. Título: História da Matemática Edição:11ª Editora:Editora Afiliada Disponível: Comentários: Este livro apresenta a história da Matemática desde origens primitivas até o século vinte. No capítulo 24, A Idade Heróica na Geometria, consta a historia de todo o desenvolvimento da Geometria não-Euclidiana.
Noticias: Categoria: Revista

Sobrenome: Carmo
Nome: Manfredo P. do Carmo
Título da Noticia: Um clássico da Matemática
Nome da revista: Ciência Hoje
Local de publicação:
Pagina inicial:78
Página final: 79
Disponível em: http://www.dmat.ufpe.br/gradua/intervalo/ciencia_hoje_riemann.pdf
Data publicação: junho de 2004
Comentários: No artigo da revista Ciência Hoje apresenta como que, em 1854, a defesa da dissertação que Riemann apresentou a Gauss se tornou um clássico da Matemática.

Destaques:
Título: Construção da Cúpula
Fonte: http://observatoriophoenix.astrodatabase.net/observ/cupula.htm
Texto/ Comentário:
A Cúpula é uma forma muito interessante, que se assemelha a uma semi-esfera, muito utilizada na arquitetura de várias construções conhecidas mundialmente, como por exemplo a cúpula da Santa Maria Del Fiore, catedral tardo-romana construída entre 1296-1446; basílica de São Pedro, no Vaticano; a cúpula da catedral de São Paulo em Londres, etc.
O observatório astronômico Phoenix, que fica localizado em Cláudio- MG, possui uma cúpula de 2,2 m de diâmetro construído para abrigar o telescópio newtoniano de 140 mm f/10. No texto anexo apresenta toda a matemática presente na sua construção.

Construção da cúpula

Muitos amadores sonham em construir uma cúpula para abrigar seus aparelhos. Isso aconteceu conosco e dedicamos algum tempo estudando as alternativas mais práticas, sem deixar de lado a estética.

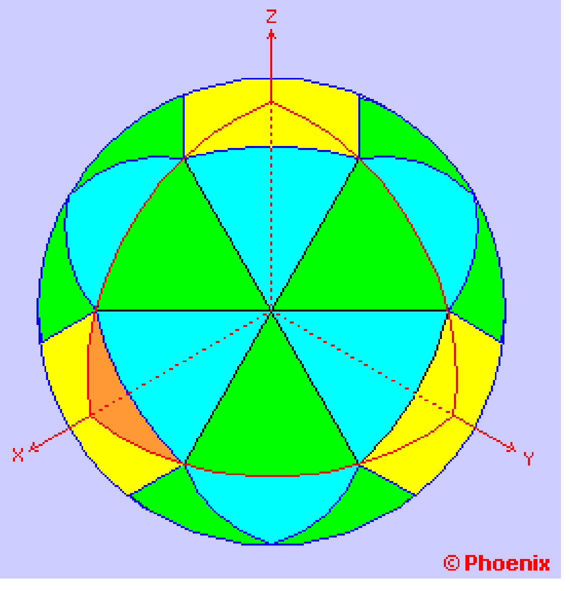
Alguns amadores optam pela construção de um teto deslizante, que resolve parcialmente o problema, mas não evita a ação do vento, principalmente quando se dedica à fotografia ou à fotometria, onde oscilações do instrumento podem comprometer os resultados, além de exigir "trilhos" externos. Este era o nosso caso. Partimos então para uma análise das cúpulas mais usadas.

Cúpulas poliédricas, apesar das facilidades da construção, são extremamente feias.

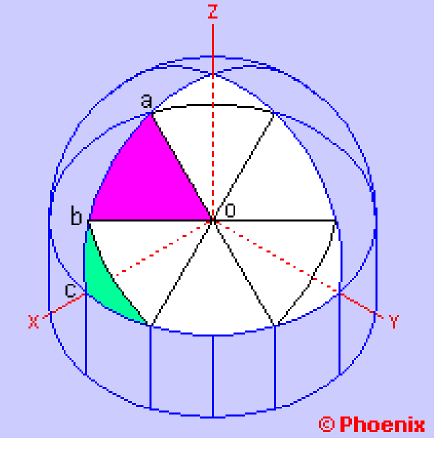
A construção tradicional em gomos planos, exige uma estrutura interna, em madeira ou metal, a execução e a junção das peças é muito trabalhosa e resulta em grande perda de material. Nosso clima, com dias ensolarados e úmidos exigem a utilização de materiais resistentes, mas as chapas metálicas tornam muito quente o ambiente durante o dia e frios à noite. Alguns fabricantes chegam a construir cúpulas de madeira que são depois revestidas com chapas metálicas.

Acabamos por optar por um material isolante, leve e resistente: resina armada com fibra de vidro. Mas como construir a fôrma? A primeira idéia foi moldar chapas planas em forma de fuso, usando uma folha de "eucatex" como base, mas a cúpula ficaria "facetada". Depois de muita discussão acabamos por optar por uma cúpula esférica, esteticamente mais bonita e estruturalmente mais resistente.

Mas se construída da maneira tradicional, os fusos esféricos necessitariam de fôrmas muito grandes. Após uma análise trabalhosa e muitos rabiscos, chegamos a uma construção da esfera usando módulos triangulares e quadrados de dimensões razoáveis.



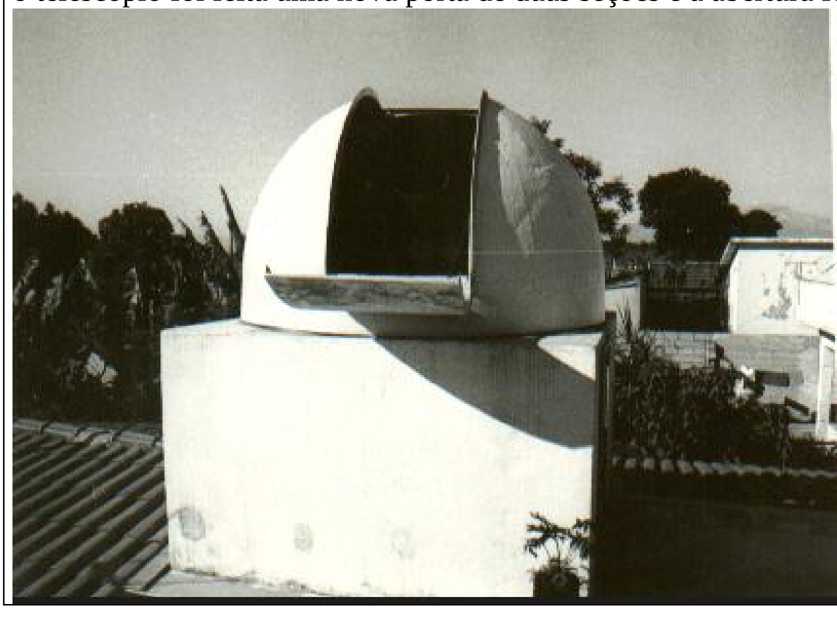
Uma segunda análise nos permitiu usar a mesma fôrma triangular para todas as peças: seis módulos triangulares isósceles esféricos para cada diedro e três complementares para os "cantos" com um ângulo reto.



Este procedimento permitiu a moldagem de módulos pequenos, sobre uma fôrma fácil de ser construída.
Fazendo os cálculos para uma cúpula de raio unitário, encontramos os comprimentos:
arco ab= 0,6435

arco ao= arco bo= 0,6792.
arco do módulo de canto bc= 0,4636
Definidos estes números, calculamos as medidas para um raio de 1100 mm e moldamos a martelo um pedaço de chapa de alumínio ligeiramente maior, para permitir o recobrimento. O raio foi controlado com um gabarito de madeira. Três pinos (pregos) marcaram os pontos de encaixe e montagem.

Os módulos foram costurados uns aos outros e revestidos externamente com uma nova manta de fibra de vidro e resina. A parte da saia, cilíndrica, foi moldada à parte em folhas planas. A espessura final ficou com cerca de 2 milímetros. Assim obtivemos um hemisfério, com uma forma quase exata. Após a instalação de alguns reforços internos instalamos um trilho de aço tubular para o apoio e recortamos a porta de 40 cm de largura. O acabamento foi feito com lixa e em seguida foi aplicada externamente uma camada de tinta emborrachada branca, para proteção da resina contra os raios ultravioletas, e tinta grafite internamente.
A cúpula completa, com os reforços, a porta com as guias e o trilho ficou pesando 30 kg, e pôde ser transportada facilmente em uma carretinha para o observatório. Quando trocamos o telescópio foi feita uma nova porta de duas seções e a abertura foi aumentada para 60 cm.



Paraná:

Observatório Astronômico e Planetário do Colégio Estadual do Paraná

No município de Campo Magro, 20 Km de Curitiba, estado do Paraná, está localizado o Observatório Astronômico Professor Leonel Moro, possui uma cúpula de 3,5 metros de diâmetro abrigando o telescópio principal além de oficinas de apoio, biblioteca, anfiteatro, sala de estudos e laboratório fotográfico. Seus modernos equipamentos auxiliam em disciplinas como Física, Matemática e Geografia, fazendo com o que o laboratório tenha funções didático-pedagógicas e científicas.

O Planetário Prof. Francisco José Gomes Ribeiro do Colégio Estadual do Paraná faz parte de um complexo astronômico. Sua sala de projeção está encimada por uma cúpula de 6 metros de diâmetro, na qual o instrumento alemão tipo "Zeiss" permite a projeção do céu no passado, presente e futuro, além do firmamento de qualquer cidade do Brasil e do mundo. Projeta ainda o céu estelar, o sistema solar e outros fenômenos celestes. Linhas e círculos da esfera também são projetados, de modo a permitir a fiel ilustração dos requisitos e problemas da Astronomia Esférica.

4-RECURSOS DIDÁTICOS:

Sítios:
Título: Livro I de Euclides
Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/euclides/elementoseuclides.htm
acessado em (mês/ano); outubro/2007
Comentário: Neste sítio apresenta o volume I do livro Os Elementos de Euclides traduzido em português, para visualizar as demonstrações das proposições basta clicar sobre a designação de cada uma delas. Numa coluna à direita das demonstrações, foram incluídas, a título de guia para o leitor, abreviaturas que se referem às definições, postulados, axiomas e proposições anteriormente demonstradas e que justificam a construção. É neste livro que está os cinco famosos postulados da geometria de Euclides.

Sítios:
Título: A geometria dos espaços curvos ou geometria Não-Euclidiana
Disponível em:

http://www.on.br/site_edu_dist_2006/pdf/modulo3/a_geometria_dos_espacos_curvos.pdf
acessado em (mês/ano): outubro/2007
Comentário: Esse sítio aborda os aspectos históricos do desenvolvimento da geometria não-euclidiana, os matemáticos envolvidos: Gauss, Janos Bolyai, Lobachevsky, Riemann, compara as geometrias não-Euclidianas com a Euclidiana.

Sítios:
Título: A Nova Geometria
Disponível em: http://educacaomatematica.vilabol.uol.com.br/histamat/a_nova_geometria.htm
acessado em (mês/ano): julho/2007
Comentário: Neste sítio encontra-se a história de vários matemáticos envolvidos no desenvolvimento das geometrias não-Euclidianas dentre eles: Lobachevsky, Bolyai, Riemann, Gaspar Monge, Poncelet, etc.

Sons e Vídeos:
Título: Tempo e Infinito
Direção: TV Escola
Produtora: Pólo Industrial de Manaus/ Videolar Ltda
Duração: 20 minutos
Local da Publicação: Manaus (AM)
Disponível em:
Comentários:
Esse vídeo faz parte do material distribuído para instituições públicas de ensino, é uma coleção de DVD's de várias disciplinas. O tema "Tempo e infinito" faz parte do DVD nº 20 Arte e Matemática – Parte II, e aborda a relação entre arte e matemática na elaboração de obras famosas, a problemática era como representar o espaço tridimensional num espaço plano e a perspectiva de tempo e espaço. Nesse vídeo podemos explorar conceitos de uma geometria não-Euclidiana, especificamente a Geometria Projetiva.

Sons e Vídeos:
Título: Que geometria pode ser significativa para a vida?
Direção: TV Escola
Produtora: Pólo Industrial de Manaus/ Videolar Ltda
Duração: 30 minutos
Local da Publicação: Manaus (AM)
Disponível em:
Comentários:
Esse vídeo faz parte do material distribuído para instituições públicas de ensino, é uma coleção de DVD's de várias disciplinas. O tema "Que Geometria pode ser significativa para vida?" está no DVD nº 38 da série "Salto para o futuro".
Esse vídeo apresenta um debate com as professoras Regina Maria Pavanelo da UEM-PR, Maria Teresinha Jesus Gaspar da UnB e Regina da Silva Pina Neves da FAJESU- Brasília. Nesse debate elas abordam como ensinar uma geometria significativa para a vida. É apresentado também um depoimento da professora Ana Kaleff da Universidade Federal Fluminense que trabalha com a questão de formação do professor para o ensino de

Geometria.
Esse vídeo auxilia o professor de matemática a rever sua formação e procurar fundamentação teórica para melhorar o trabalho com os alunos com o objetivo de mostrar que a geometria vai além de fórmulas e formas.

Imagens
Comentário: A imagem escolhida para esse OAC é o Globo Terrestre, lembrando que a Terra é uma (quase) esfera, que é nosso objeto de estudo. Quando consideramos grandes distâncias sobre a superfície da Terra a geometria Euclidiana não funciona. Por exemplo, a navegação em longa distância, onde a curvatura da Terra não pode ser desprezada.

Proposta de Atividades:

O objetivo dessas atividades é desenvolver no aluno a capacidade de identificar elementos que auxiliarão na diferenciação entre a Geometria Euclidiana e a Geometria Não-Euclidiana, além de apresentar a Geometria Esférica.
São atividades práticas para serem desenvolvidas em grupos de quatro ou cinco alunos.
Para a execução são necessários os seguintes materiais: papel sulfite, cola, canetas coloridas bolas de isopor, globo terrestre, transferidor, régua etc.

Propor para os alunos a seguinte situação a responder as questões abaixo:

"Um caçador saiu de sua casa e caminhou 10 Km ao sul. Depois virou ao oeste e caminhou mais 10 Km. Então virou e caminhou novamente por mais 10 Km ao norte. Ficou surpreso, pois descobriu que voltara novamente a sua casa".

a) Desenhar numa folha de papel o caminho percorrido pelo caçador.
b) De acordo com a situação acima é possível que o caçador volte ao ponto de partida? Anote suas conclusões.
c) Desenhar numa bola de isopor o caminho percorrido pelo caçador.
d) Analisando o caminho desenhado na bola de isopor, é possível para o caçador voltar ao mesmo ponto de partida?

"Agora imagine esse mesmo caçador, ele resolveu sair de casa e caminhar em linha reta infinitamente".

a) Desenhe o caminho percorrido pelo caçador numa folha de papel.
b) De acordo com o caminho percorrido desenhado na folha de papel, é possível para o caçador voltar no ponto de partida?
c) Desenhe o caminho percorrido pelo caçador numa bola de isopor.
d) De acordo com o caminho percorrido desenhado na bola de isopor, é possível para o caçador voltar ao ponto de partida?
e) Anote suas conclusões.

"Agora o caçador vai caminhar em linha reta da sua casa até a floresta".

a) Desenhe numa folha de papel o caminho percorrido pelo caçador.

b) Desenhe numa bola de isopor o caminho percorrido pelo caçador e represente esse desenho na folha de papel.
c) Qual é a diferença entre os dois desenhos? Anote suas conclusões.

“Agora o caçador vai caminhar levando o seu fiel amigo cachorro. Eles vão caminhar paralelamente”.

a) Desenhe numa folha de papel o caminho percorrido pelo caçador e pelo cachorro.
b) Desenhe numa bola de isopor o caminho percorrido pelo caçador e pelo cachorro.
c) É possível traçar retas paralelas para representar o caminho percorrido pelo caçador e pelo cachorro na folha de papel e na bola de isopor?
d) Anote suas conclusões.
e) Desenhe um triângulo qualquer numa folha de papel e com um transferidor meça seus ângulos e anote os resultados.
f) Desenhe um triângulo qualquer numa bola de isopor e com um transferidor meça seus ângulos e anote os resultados.
g) Que conclusão você chegou?

“ Desenhe um círculo máximo numa bola de isopor; desenhe outro círculo máximo perpendicular ao primeiro; desenhe um terceiro círculo máximo, perpendicular aos dois já construídos”.

a) Em quantos triângulos a bola de isopor ficou dividida?
b) Quanto mede cada ângulo desses triângulos?
c) Qual a soma dos ângulos internos desses triângulos?
d) Como é classificado esse triângulo esférico de acordo com seus lados e seus ângulos?

“Agora construa com fios elásticos um triângulo na superfície da bola de isopor”.

a) O que acontecerá com os ângulos se afastarmos progressivamente os vértices?
b) Quanto medirá os ângulos quando se inscreverem sobre um equador da esfera?
c) Quanto medirá a soma desses ângulos?

“O caçador resolveu praticar a pesca e saiu em alto mar, aconteceu uma tempestade e ele se perdeu, por sorte um avião o avistou e passou as seguintes coordenadas para um navio que estava localizado Navio=57^o 30’N, Navio=015^o 20’. Atenção! Embarcação pedindo socorro! Localização: Caçador= 34^o 10’N, Caçador= 048^o 40’W”.

a) Qual é a distância que o navio deverá percorrer para salvar o caçador? (Lembre-se cos (a) = cos (b) . cos (c) + sen (b) . sen (c) . cos (**A**)

O professor deve conduzir todas essas atividades e discutir com os alunos todos os conceitos introduzidos.

Com essas atividades o aluno pode perceber as diferenças entre a trajetória na superfície plana (Geometria Euclidiana) e na Geometria Esférica (Geometria Não-Euclidiana); definir geodésica na superfície plana e na esférica; verificar que tanto na superfície plana como na esférica, a distância entre dois pontos, são respectivamente segmentos de reta e arcos; concluir que na superfície esférica não existem retas paralelas contrastando assim com a

superfície plana, onde existem retas paralelas e comparar os triângulos na superfície plana e na esférica.
A avaliação deve ser realizada no decorrer do processo observando o desenvolvimento e a participação do aluno nas atividades.