As Lacunas No Ensino-Aprendizagem Da Geometria

Marina Massaco Tashima[a, b], Ana Lúcia da Silva[b]

[a]*Colégio Estadual "Marcílio Dias" – Itambaracá – PR;* [b]*Departamento de Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, PR, Brasil;*

Correspondência para o autor: Rua Antonio Parralego, 302 – 86375-000 – Itambaracá, PR, Brasil.

Tel. 43-3543-1373. E-mail: marinatashima@yahoo.com.br

AGRADECIMENTOS: Ao órgão de fomento SEED

RESUMO

Com o movimento da Matemática Moderna, a partir de 1950, o ensino dessa disciplina passou a enfatizar o simbolismo e a exigir dos alunos maiores abstrações, distanciando a Matemática da vida real. O que se percebe é que o aluno formado por esse currículo aprendeu muito pouco de geometria e não consegue perceber a relação deste conteúdo com sua realidade. A geometria, quando compreendida, estimula o aluno a observar, perceber semelhanças, diferenças e solucionar problemas. O objetivo desse trabalho foi identificar as dificuldades e buscar alternativas para melhorar o nível de conhecimento relacionado ao tema de geometria da maior importância: o Teorema de Pitágoras. Trabalhou-se com trinta e oito estudantes da primeira série do curso de Formação de Docentes do Ensino Médio do Colégio Estadual Marcílio Dias de Itambaracá – PR. A aplicação do Projeto de Implementação foi fundamental para o desenvolvimento do pensamento lógico e geométrico dos alunos. Constatou-se um aumento no rendimento da parte dos educandos em relação ao início da pesquisa em que 65,79% foram classificados como ruins e após a aplicação do Projeto de Implementação observou-se que 63,13% obtiveram desempenhos classificados como bons. Portanto, um incremento no ensino/aprendizagem da geometria, contribuiu para melhorar o interesse e aprendizado, fazendo com que os futuros professores da 1ª a 4ª séries refletissem sobre a importância da abordagem de conteúdos por meio da Resolução de Problemas, História da Matemática e mídias tecnológicas na aquisição de conceitos matemáticos e geométricos.

Palavras-chave: geometria; formação de professores; Teorema de Pitágoras.

ABSTRACT

With the moviment of Modern Mathematcs, from 1950, teaching about it became to emphasize the symbolism and demanded from students more abstraction, distancing them from real life. It was realized that, students formed by this curriculum learnt a little about geometry and did not observe the relation about content and reality. Geometry, when good understood, stimulates students to observe, realize similarities, differences and solving problems. The objective of this work was to identify difficulties and look for alternatives to improve the level of knowledgements about them, at main important theme on Geometry: Pythagoras Theorem. It was worked with 38 students of first class from “Course for Teacher´s Formation”, at Stage College “Marcilio Dias” of Itambaracá-PR. Applying the “Project of Implementation” was basic to develop logical and geometrical thought on students. It had an increase on profit since work started, where 65.79% were classified as “bad” and after project 63.13% achieved developments classified as “good”. So, an increase on teaching/apprenticement process on geometry, contributed to improve the interest and apprenticement, doing so that future teachers of 1st to 4th series thought about great importance of the approach in contents trough the Resolutions of Problems, History of Mathematics and technological media, on accession of mathematical and geometrical concepts.

Key words: Geometry; teachers formation; Pythagoras Theorem.

INTRODUÇÃO

No decorrer de vários anos de magistério, frente ao ensino de Matemática para o 2º grau, atualmente denominado Ensino Médio, observamos muita dificuldade dos alunos no que se refere à aplicação do Teorema de Pitágoras como ferramenta tanto na resolução de problemas matemáticos, como na aprendizagem de outros conceitos geométricos presentes nas atuais propostas curriculares.

Se o primeiro contato de um aluno com o Teorema de Pitágoras for transmitido pelo professor sob a forma: num triângulo retângulo, o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos, que atração pode exercer sobre um aluno essa tal apresentação? Ensinar Matemática em qualquer etapa da vida escolar, ensino fundamental ou ensino médio, tem sido um desafio para os educadores, ora pelo desinteresse dos alunos, ora pela dificuldade da escolha metodológica.

Muitas vezes, ao transmitir um determinado conteúdo, o professor é questionado pelos alunos em relação à origem e à aplicação daquele assunto: "q*uem inventou isso?*"; "*para que serve isso?*". Segundo Nobre (1996), nem sempre o docente tem consciência de que o conhecimento que está por trás daquele conteúdo que se apresenta "em uma forma acabada" passou por inúmeras modificações ao longo da história e ressalta que através da História da Matemática podemos buscar fundamentação aos conteúdos abordados e assim encontrar muitas respostas aos porquês da matemática.

Diante dessa situação, no momento da escolha do tema para a produção do primeiro Material Didático no Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE, resolvemos iniciar um trabalho sobre Teorema de Pitágoras com o objetivo de identificar o nível de conhecimento dos alunos sobre esse conteúdo e desenvolver atividades diversificadas, bem como analisar os resultados do processo ensino/aprendizagem frente à metodologia adotada.

Realizamos esse trabalho no primeiro semestre do ano letivo de 2008 com trinta e oito alunos da primeira série do Curso de Formação de Docentes do Ensino Médio do Colégio Estadual Marcílio Dias localizado na cidade de Itambaracá – Paraná.

Na primeira etapa, aplicamos um teste de sondagem referente ao conteúdo Teorema de Pitágoras, no qual observamos um fraco desempenho dos mesmos. Em conseqüência disso, na fase seguinte, utilizamos recursos e metodologias diversificadas como: a Resolução de Problemas, atividades para a verificação da condição de existência de triângulos, filmes sobre a história de Pitágoras e confecção de material didático para demonstrar a relação de igualdade existente entre os lados de um triângulo retângulo.

Na última etapa do Projeto realizamos uma avaliação final, que nos possibilitou a constatação de que as várias formas de abordagens, adotadas na prática pedagógica, contribuíram para a compreensão de conceitos geométricos e matemáticos dos alunos, bem como, sua aplicação na resolução de diversos problemas do cotidiano.

O fraco desempenho em geometria por parte dos alunos é resultado, muitas vezes, da utilização de práticas que não atendem às suas expectativas, dentre outras coisas, do abismo existente entre o modo como os professores e alunos percebem a matemática. O professor imagina que seus alunos terão o mesmo prazer que ele tem ao lidar com a Matemática. No entanto, o aluno não consegue vê-la do mesmo modo, e por isso não a compreende. Essa idéia é explicitada por Vianna (2001) quando afirma:

> O professor tem imenso prazer com a matemática, delicia-se imaginando seus alunos a brincar com a matemática que ele adora. Entretanto, postos lado a lado com a matemática, qual é a atitude dos alunos? Nada! Não entendem, não perguntam.

Para Fucks (1970), a Matemática Moderna praticamente excluiu o ensino de geometria, enfatizando o simbolismo e uma terminologia excessiva. Ao despir a matemática da suas longas tradições para vesti-la com teorias e estruturas, muitos assuntos perderam o encanto e a atração. Isso nos leva a analisar as seguintes indagações: Como os professores abordam esse tema na sala de aula? Quais os erros mais freqüentes cometidos pelos nossos alunos?

Seguindo essa linha de pesquisa, Morelatti e Souza (2006) realizaram um trabalho com os alunos dos Centros Específicos de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério - CEFAM, de Presidente Prudente, e diagnosticaram também defasagens de aprendizagem na geometria. Segundo esses autores, as dificuldades se intensificaram com o Movimento da Matemática Moderna que, praticamente, eliminou dos currículos escolares o ensino desse conteúdo. Como conseqüência disso, o que se percebe hoje é que o aluno formado por este currículo aprendeu muito pouco de geometria e não consegue perceber a relação desse conteúdo com situações que ocorrem na vida diária.

Com base nos resultados das avaliações do ENEM, SAEB e INAF, nas quais a geometria está presente como um dos componentes específicos da área de matemática, verifica-se um rendimento muito abaixo do esperado. Isso nos mostra que o ensino da geometria, bem como todo o Sistema Educacional, deve ser analisado, aprofundando a investigação em busca de um diagnóstico para tomada de decisões mais eficazes (SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, 2003; MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, 2004).

A contextualização é um recurso que tem como objetivo estabelecer relações entre o conteúdo proposto e a realidade histórico-social a partir de conhecimentos relevantes da ciência, da cultura, da arte, da leitura e da filosofia. É consenso entre os Educadores matemáticos a necessidade de tornar mais significativo o aprendizado de conceitos matemáticos pelo aluno. Maria da Conceição F. R. Fonseca (2005) argumenta que:

> (...)Torna-se cada vez mais evidente a necessidade de contextualizar o conhecimento matemático a ser transmitido ou construído, não apenas inserindo-o numa situação problema, ou numa abordagem dita "concreta", mas buscando suas origens, acompanhando sua evolução, explicitando sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade para a qual o aluno se depara e/ou de suas formas de vê-la e participar dela.

Num trabalho de geometria realizado pelos docentes da Universidade Federal de Minas Gerais, segundo Fonseca et al. (2002), verificaram que muito dos professores em exercício no Ensino Fundamental encontram-se distantes das questões essenciais da prática de ensino da geometria. As autoras acrescentam:

> A preocupação em resgatar o ensino da geometria como uma das áreas fundamentais da Matemática tem levado muitos professores e pesquisadores a se dedicarem à reflexão e à elaboração, implementação e avaliação de alternativas, que busquem superar as dificuldades não raro encontradas na abordagem desse tema, na escola básica ou em níveis superiores de ensino.

Tais problemas, correlacionados à aprendizagem da geometria, ocorrem de forma semelhante também em outros países, onde vários artigos publicados em 1987 no National Council of Teachers of Mathematics (Conselho Nacional de Professores de Matemática) dos Estados Unidos destacam as dificuldades encontradas pelos alunos frente à geometria (LINDQUIST; SHULTE, 1994).

Num desses artigos, Usiskin (1982) relata que a Avaliação realizada nos Estados Unidos, em 1982, mostrou um resultado em que menos de 10% das crianças de 13 anos de idade sabiam determinar a medida do terceiro ângulo de um triângulo, dadas as medidas dos outros dois. Outra questão – determinar a hipotenusa de um triângulo retângulo, dados os dois catetos, foi resolvida corretamente por 20% das crianças de 13 anos de idade. Os resultados dessas duas questões indicam que, embora o teorema de Pitágoras seja ensinado a mais alunos desse grupo de idade do que o teorema da soma dos ângulos internos, ambos apresentam baixo rendimento e ilustram a ligação fundamental entre currículo e desempenho. Se um tópico não é ensinado, ele não é aprendido.

Bastian (2000) relata em seu trabalho o resultado de uma pesquisa francesa sobre a aplicação do Teorema de Pitágoras realizada por Annie Berté (1995), na qual fez um levantamento-diagnóstico e identificou os erros mais freqüentes apresentados por alunos franceses. Segundo a pesquisadora, alguns dos erros citados por Berté foram:

1. Utilização do teorema para calcular o terceiro lado de um triângulo não retângulo;

2. Sendo *c* o cumprimento da hipotenusa e *a* e *b* catetos, c=$\sqrt{a^2+b^2}$ = a + b, sem perceberem que essa conclusão contradiz a condição de existência de triângulo;

3. Ao calcular um dos catetos, alguns alunos escrevem que o quadrado desse lado é igual à soma dos quadrados da hipotenusa e do outro cateto;

4. Os alunos escrevem essa relação corretamente (item 3), mas justificam dizendo que aplicaram o “recíproco” do Teorema;

Seguindo os passos da pesquisadora francesa, Bastian (2000) aplicou o questionário diagnóstico visando investigar as concepções dos alunos sobre o Teorema de Pitágoras e detectar se alguns dos erros apontados por Berté seriam cometidos também pelos alunos brasileiros. Fato que realmente ocorreu, segundo o comentário feito por ela.

> Na verdade, 14 alunos perceberam o triângulo retângulo, porém não conseguiram chegar à resposta em virtude de incorreções na transformação de unidades de comprimento ou na comparação no resultado obtido e a distância entre o teto e chão. Duas questões que exibiam configurações mais complexas apresentaram menor índice de acerto (23% para ambas).

A relação pitagórica, segundo Boyer (1974), havia sido testada em determinados triângulos retângulos por diversas culturas antigas, mas como afirmar sua veracidade para uma infinidade de triângulos retângulos? Isso só se tornou possível quando Pitágoras lançou mão de uma demonstração matemática. Essa idéia foi utilizada nesse trabalho por meio de uma verificação de que a área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos outros dois quadrados menores.

Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C., na ilha Egéia de Samos, na Grécia, não longe de Mileto, lugar do nascimento de Thales. Sua figura está envolta em mitos e lendas, uma vez que não existem relatos originais sobre sua vida e trabalhos. O grande mérito de Pitágoras teria sido a percepção de que os números existem independentemente do mundo concreto. Desse modo, ele poderia descobrir verdades que ficariam acima de preconceitos e opiniões. (BOYER, 1974).

Parece ter viajado pelo Egito e Babilônia, principalmente indo até a Índia. Observou que os egípcios e babilônios calculavam por meio de “receitas”, que produziam respostas corretas e eram passadas de geração a geração, sem que ninguém questionasse o porquê delas. Para ele era importante entender os números, suas relações e não meramente utilizá-los. (EVES, 1995).

Durante as peregrinações, ele absorveu não só informação matemática e astronômica, como também muitas idéias religiosas. Ao retornar, encontrou Samos sob domínio Persa e decidiu então emigrar para o porto marítimo de Crotona, uma colônia grega situada no sul da Itália. Lá, fundou a famosa escola pitagórica, que, além de ser um centro de estudos de filosofia, matemática e ciências naturais, era também uma irmandade estreitamente unida por rituais secretos. (SINGH, 1998; IMENES, 2000).

A filosofia pitagórica baseava-se na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros. Isso levava ao estudo das propriedades dos números, juntamente com a Geometria, a Música e a Astronomia, que constituíam as artes básicas do programa pitagórico de estudos. (BOYER, 974; EVES,1995).

O lema da escola pitagórica, “Tudo é número”, deixa transparecer uma forte afinidade com a Mesopotâmia. Segundo os historiadores, mesmo o Teorema ao qual o nome de Pitágoras está tradicionalmente ligado já era conhecido dos babilônios havia mais de um milênio antes. Porém, foram os pitagóricos os primeiros a demonstrá-lo, o que justificaria a denominação de “Teorema de Pitágoras”, como ficou conhecido. (EVES, 1995).

Para os agrimensores egípcios antigos, do tempo dos faraós, a construção de triângulos “3, 4, 5” com uma corda dividida em doze partes iguais por treze nós servia na demarcação de ângulos retos. Entretanto, não há comprovações de que eles conhecessem o Teorema de Pitágoras. Então surge para os estudiosos um problema de natureza teórica: como se pode mostrar, sem utilizar o Teorema, que o triângulo “3, 4, 5” é retângulo?

Em 1962, foi investigado o chamado papiro matemático Cairo (desenterrado em 1938), que data de 300 a.C. aproximadamente. Foram encontrados quarenta problemas de matemática, nove dos quais se relacionavam exclusivamente com o Teorema de Pitágoras. Isso mostra que os egípcios dessa época não só sabiam que o triângulo “3, 4, 5” é retângulo, mas que também acontecia o mesmo para os triângulos “5, 12, 13” e “20, 21, 29”. (EVES, 1995).

Pela importância que o estudo do Teorema de Pitágoras representa para a compreensão e resolução de diversos problemas matemáticos, procuramos assim fundamentar teoricamente, a fim de analisar as dificuldades mais comuns dos alunos, principalmente no que diz respeito à compreensão de conceitos matemáticos e geométricos relacionados ao conteúdo e verificar os resultados obtidos na aplicação da Proposta de Intervenção para assim chegamos a resposta, pelo menos de algumas, das indagações realizadas.

O professor, ao fazer o uso de práticas metodológicas de resolução de problemas, pode tornar as aulas mais dinâmicas e não restringe o ensino de Matemática a modelos clássicos, como exposição oral e resolução de exercícios. A resolução de problemas possibilita compreender os argumentos matemáticos e ajuda a vê-los como um conhecimento passível de ser apreendido pelos sujeitos do processo de ensino e aprendizagem (KRULIK, 1997).

O ponto de partida no desenvolvimento de conteúdos é a colocação de tarefas numa situação de desafio, de reflexão, de levantamento de hipóteses, de exercício de criatividade, cabendo ao aluno decidir a melhor maneira de encontrar o resultado e verificá-lo, buscando assim o desenvolvimento do raciocínio e da consciência crítica, absolutamente necessária para que seja um agente de mudanças capaz de participar da transformação da sociedade.

MATERIAIS E MÉTODOS

O presente artigo trata-se de um estudo quantitativo e qualitativo, com ênfase na coleta de dados que permitam uma análise envolvendo a questão central do tema pesquisado.

Amostra.

A pesquisa foi realizada, no período de abril a julho de 2008, com 38 alunos do primeiro ano do Curso de Formação de Docentes do ensino médio do Colégio Estadual Marcílio Dias, localizado na cidade de Itambaracá – Paraná. Foram omitidas as identificações dos alunos, para evitar qualquer comparação entre os mesmos, pois esse não é o objetivo do trabalho.

Após a apresentação inicial, foi comunicado aos participantes que as atividades que lhe seriam propostas faziam parte de uma pesquisa e tinha como objetivo analisar possíveis métodos alternativos correlacionados ao ensino da

Matemática. A seguir, foram colocados alguns critérios como a participação e freqüência. Cada aluno iria discutir e resolver as atividades ora individual ora em grupo. A avaliação seria em três momentos: teste de sondagem, aplicação da seqüência de exercícios e avaliação final.

Coleta de dados.

Trabalhamos com três momentos para a coleta de dados:

- Aplicação e correção do teste de sondagem para análise do conteúdo preambular adquirido pelos alunos;

- Realização de atividades como leituras, pesquisas, interpretação de textos matemáticos, atividades extraclasse, trabalho em grupo, apresentação e discussão de filmes, resolução de problemas com aplicações do Teorema de Pitágoras;

- Reavaliação dos alunos mediantes testes e relatórios

Teste de Sondagem

Inicialmente, realizamos com os alunos da primeira série do Curso de Formação de Docentes uma sondagem através de uma lista de exercícios contendo sete questões (anexo 1) com valor de zero a dez, referentes ao conteúdo Teorema de Pitágoras estudado na série anterior, a fim de investigar as concepções dos alunos sobre o assunto. Em seguida, efetuamos um levantamento dos acertos e das dificuldades dos alunos, analisamos o desempenho e retomamos o conteúdo utilizando metodologias que possibilitassem uma aprendizagem mais efetiva e significativa.

Realização de atividades

Como parte do estudo, propusemos aos alunos um problema provocativo e mobilizador que exigia o raciocínio lógico e os instigava a pesquisar e aprofundar nos conteúdos, na busca de uma solução para o problema:

“Na Praia de Leste, um estudante de 1,80 m de altura à beira-mar avista na linha do horizonte um surfista debatendo-se na água. Sabendo que os salva-vidas dispunham de um único barco resgate com combustível apenas para percorrer 10 km e que temiam não conseguir completar o percurso, o estudante rapidamente pôs-se a pensar.”

Qual é a distância que decidirá o destino do surfista? Como calcular a distância da praia até o surfista? Conseguirão salvá-lo ou não?”

O problema apresenta um obstáculo a ser transposto, uma dificuldade a ser superada e certo grau de complexidade que faz com que o aluno estude e pesquise para encontrar uma resposta.

Na seqüência, cada aluno recebeu sete canudos plásticos de cores e tamanhos diferentes (15, 13, 12, 9, 5, 4 e 3 cm), em seguida utilizando três canudos de cada vez, os alunos tentaram construir formas triangulares e anotaram as medidas das ternas, com as quais conseguiram formar triângulos, bem como, as ternas que não puderam formar triângulos.

Posteriormente os alunos assistiram a vídeos educacionais referentes ao tema proposto como: “Donald no País da Matemágica” (Disney) e “O Barato de Pitágoras” (TV Escola) e após o filme elaboraram relatórios. O primeiro filme conta a história de Pitágoras e suas contribuições para humanidade. O segundo inicia-se com situações familiares mostrando as dificuldades de um aluno em memorizar o Teorema de Pitágoras, sem que haja relações que levem à sua compreensão.

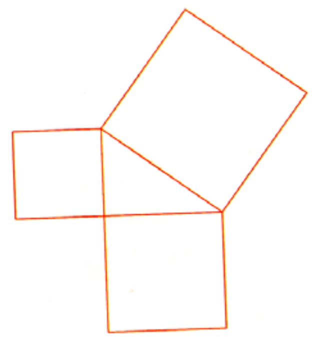
Não sendo a “Condição de Existência de Triângulo” suficiente para garantir que o triângulo seja retângulo, então foram propostas a confecção de dois materiais didáticos, utilizando papel cartão para demonstrar a relação que deve existir entre as medidas dos lados ($a^2 = b^2 + c^2$).

Material Didático 1

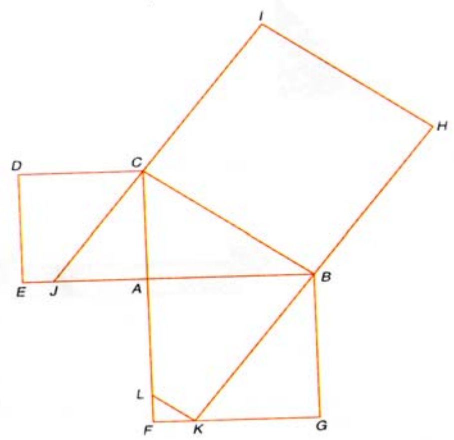
Quebra – Cabeça Pitagórico

As peças do jogo foram construídas seguindo as orientações:

- Sobre a folha, imprime-se um triângulo retângulo e um quadrado em cada lado desse triângulo.



- Nas arestas do quadrado maior prolongue duas retas de forma que encontrem os lados dos quadrados menores em J e em K;
- Trace o segmento KL, perpendicular a BK.
- Pinte cada parte formada de uma cor.



Por fim, recorte as cinco partes obtidas e procure encaixar no quadrado maior.

Material Didático 2

Demonstração Pitagórica

A confecção do material didático foi realizada seguindo as etapas:

- Traçar um triângulo retângulo (3, 4, 5);
- Construir quadrados sobre os catetos e sobre a hipotenusa;
- Estabelecer a relação de igualdade entre as áreas ($a^2 = b^2 + c^2$);

Para a realização dessas atividades formamos grupos com três alunos, os quais tiveram oportunidades de se expressar, trocar informações e interagir.

Na confecção desse material foram necessárias três folhas de papel-cartão de cores diferentes, uma folha de papel quadriculado e cola.

Reavaliação dos alunos

Ao final das atividades propostas, esperamos um intervalo de duas semanas para verificar o nível do conhecimento dos alunos através de uma lista de exercícios contendo sete questões (anexo 2) semelhantes ao teste de sondagem. Em seguida, efetuamos um levantamento dos acertos e das dificuldades dos alunos e analisamos o desempenho de cada um.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Estabelecendo o perfil inicial dos alunos. As atribuições das notas de cada aluno após a aplicação do teste de sondagem, para melhor visualização, foram divididas em três categorias: Ruim (0,0 a 3,0 pontos), Moderado (4,0 a 6,0 pontos) e Bom (7,0 a 10,0 pontos). Verificamos que 25 alunos apresentaram uma classificação espantosamente baixa, ao passo que apenas 7 e 6 alunos atingiram um nível moderado e bom, respectivamente (Figura 1).

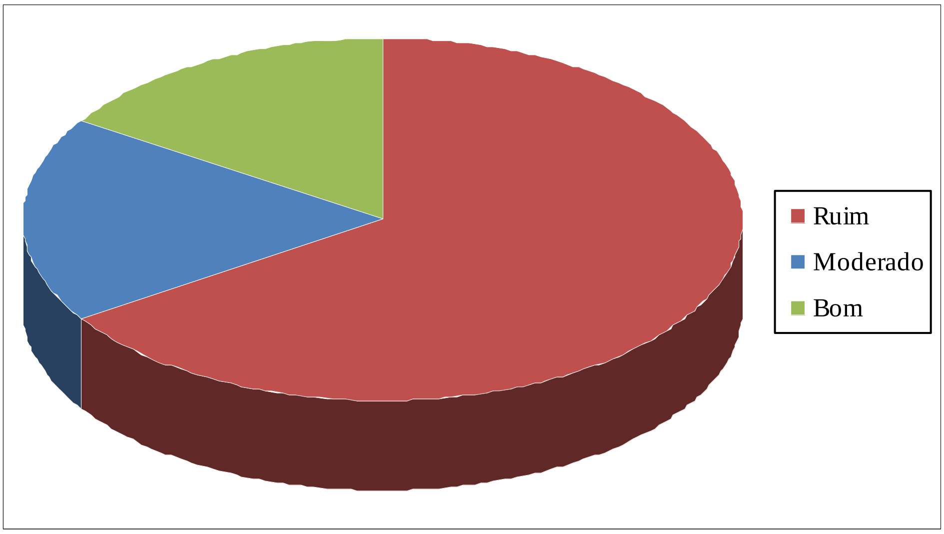


Figura 1. Porcentagem do número de questões respondidas de forma correta pelos alunos do primeiro ano do Ensino Médio no teste de sondagem, separadas em três classes: Ruim (0,0 a 3,0 pontos), Moderado (4,0 a 6,0 pontos) e Bom (7,0 a 10,0 pontos).

Morelatti e Souza (2006) ao realizarem um trabalho com os alunos dos Centros Específicos de Formação e Aperfeiçoamento do Magistério, de Presidente Prudente, encontraram resultados semelhantes aos nossos quanto às dificuldades de aprendizagem na geometria.

Segundo esses autores, as dificuldades se intensificaram com o Movimento da Matemática Moderna que, praticamente, excluiu dos currículos escolares o ensino desse conteúdo. Como conseqüência disso, o que percebemos hoje é que o estudante formado por esse currículo aprendeu muito pouco de geometria e não consegue estabelecer a relação desse conteúdo com as situações do seu cotidiano. Por outro lado, o professor que não conhece geometria não consegue perceber a beleza e a importância que a mesma possui para a formação do cidadão. A geometria estimula a criança a observar, perceber semelhanças, diferenças e a identificar regularidades. Para esses autores, o futuro professor que não dominar a geometria e não perceber a sua relação com a realidade em que vive não conseguirá contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico da criança. Esse pensamento é que permite a criança a compreender e representar, de forma organizada, o mundo em que se encontra.

Para Ausubel (1980), o assunto a ser aprendido deve fazer algum sentido para o aluno, isto é, a aprendizagem precisa ser significativa e que o mesmo esteja relacionado com conceitos relevantes existentes em sua estrutura cognitiva. Quando o conteúdo é contextualizado, o professor pode imprimir um significado real ao que é ensinado, abrindo panoramas até para si. Este novo campo da matemática sob a faceta pedagógica é capaz de possibilitar descobertas e a paixão pelo aprendizado desta ciência (SILVEIRA FILHO, 2006).

Aprofundando os conhecimentos. Para instigar os alunos sobre o conteúdo abordado neste trabalho, foi simulada uma situação de salvamento de um surfista que estava afogando, sendo necessário calcular a distância entre a vítima e o ponto de partida da lancha dos salva-vidas. Esse problema despertou a curiosidade dos alunos, mas, devido ao grau de dificuldade dessa questão, verificamos naquele momento que nenhum aluno sabia como resolver. Eles somente foram capazes de resolver essa questão após estudar, pesquisar e realizar várias atividades na sala de aula e também extraclasse.

Segundo Krulik, (1997) resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, por alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados.

Na tentativa de trabalhar metodologias diferenciadas aplicadas à sala de aula e visando estabelecer a condição de existência de triângulos, utilizamos uma atividade com canudos. Os alunos mostraram grande interesse e procuraram formar várias ternas com esse material.

Observamos inicialmente a seguinte estratégia de um grupo de alunos: a utilização de três canudos maiores e, depois, de três menores, resultando em apenas dois triângulos. Até que um aluno observou que usando um mesmo canudo poderiam ser formados “muitos triângulos” e outro aluno indagou sobre qual seria o número total de triângulos. Para aproveitar a ocasião explicamos por meio da Análise Combinatória (conteúdo da série seguinte) como encontrar a resposta. Alguns minutos depois, a resposta dada por um aluno foi a seguinte: “Existem 35 maneiras diferentes de combinar esses canudos”. Os grupos empenharam-se, a partir daí, em conseguir algumas dessas combinações (tabela 1).

Tabela 1. Classificação das termas

Triângulos	Não triângulos
3,4,5	3,5,9
3,12,13	3,4,9
3,13,15	3,4,12
4,9,12	3,4,13
4,12,13	3,4,15
4,12,15	3,5,9
4,13,15	3,5,12
5,9,12	3,5,13
5,9,13	3,5,15
5,12,13	3,9,12
5,12,15	3,9,13
5,13,15	3,9,15
9,12,13	3,12,15
9,12,15	4,5,9
9,13,15	4,5,12
12,13,15	4,5,13
	4,5,15
	4,9,13
	4,9,15
	5,9,15

Após observar e analisar as ternas os alunos escreveram a condição de existência de um triângulo e a relação que existe entre essas três medidas: “o lado maior do triângulo tem que ser menor que a soma dos outros dois lados”.

Para conjeturar a existência da relação pitagórica, Arconcher (2004) sugere que os alunos escolham ternas de números, satisfazendo a condição de existência de triângulo e tentem traçar triângulos retângulos cujos lados tenham por medidas essas ternas. Assim, eles encontrariam vários triângulos, alguns retângulos e outros não, e poderiam perceber facilmente a impossibilidade de uma escolha arbitrária.

O desenvolvimento dos conteúdos trabalhados com a utilização do filme sobre a história de Pitágoras contribuiu para ampliar o conhecimento dos alunos que relataram as conquistas de Pitágoras por meio das aventuras vividas por Donald. Observando esse filme os alunos identificaram as contribuições dos pitagóricos na Matemática, Filosofia, Artes e no desenvolvimento das ciências; tais conhecimentos puderam ser incrementados por meio do filme “O Barato de Pitágoras”, o qual colaborou para aprendizagem dos alunos ao promover as relações históricas, laboratórios com dobraduras e contextualização em vez de memorização sem a devida compreensão.

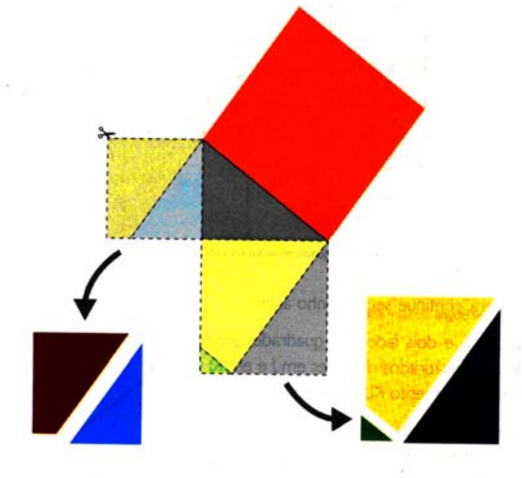
Segundo Miguel e Miorim (2004), a História, como o fio condutor, possibilita o direcionamento das explicações dadas aos porquês da Matemática. Assim, pode promover uma aprendizagem significativa, pois propicia ao estudante entender que o conhecimento matemático é construído historicamente a partir de situações concretas e necessidades reais.

De acordo com as Diretrizes Curriculares (2008) é importante entender a História da Matemática no contexto da prática escolar como componente necessário de um dos objetivos primordiais da disciplina, qual seja, que os estudantes compreendam a natureza da Matemática e sua relevância na vida da humanidade.

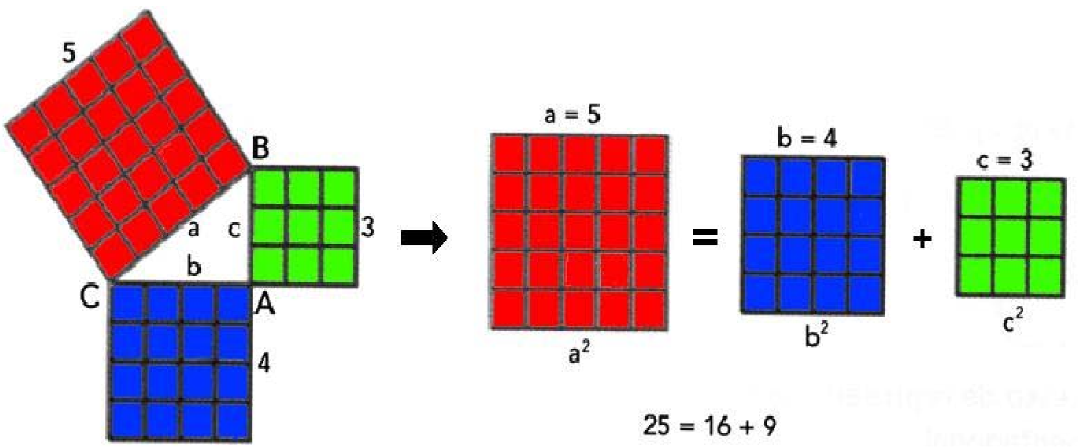
A abordagem histórica deve vincular as descobertas matemáticas aos fatos sociais e políticos, às circunstâncias históricas e às correntes filosóficas que determinaram o pensamento e influenciaram o avanço científico de cada época.

Ainda nas Diretrizes Curriculares consta que a História da Matemática é um elemento orientador na elaboração de atividades, na criação das situações-problema, na busca de referências para compreender melhor os conceitos matemáticos. Possibilita ao aluno analisar e discutir razões para as aceitações de determinados fatos, raciocínios e procedimentos.

Na atividade de quebra-cabeça para demonstrar o Teorema de Pitágoras os alunos conseguiram depois de algumas tentativas encaixarem as cinco peças no quadrado maior, montando o quebra-cabeça. Com esse trabalho os estudantes observaram que a área do quadrado maior era igual à soma das áreas dos outros dois quadrados menores.



Na atividade seguinte, a partir do triângulo (3, 4, 5) construíram quadrados sobre os catetos e sobre a hipotenusa. Em seguida, calcularam a área desses quadrados, compararam os resultados e estabeleceram a seguinte relação de igualdade entre eles.



Com essas questões os alunos foram capazes de conjeturar a existência da relação pitagórica; seu caráter necessário/suficiente (se um triângulo é retângulo, então vale a igualdade pitagórica: “O quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos” – condição necessária; e, reciprocamente, se vale referida igualdade, o triângulo é retângulo – condição suficiente); e a forma dessa relação.

Bastian (2000), através de estudos semelhantes realizados com alunos, demonstrou e ilustrou diferentes estratégias possíveis de serem utilizadas no Ensino Fundamental. Entretanto, é preciso cautela, pois segundo a autora, se por um lado o uso de demonstrações por decomposição de figuras de material concreto (como papel cartão) é um recurso para tornar mais efetiva a participação dos alunos no ensino fundamental, por outro, é recomendado que se deixe bem claro para o aluno a diferença entre uma simples verificação e uma demonstração rigorosa.

Com a utilização de metodologias diferenciadas os alunos tiveram oportunidades de aprofundar e vivenciar a aplicação do Teorema de Pitágoras, tanto nas atividades práticas na sala de aula como nas extraclasses. Após, participar dessa experiência, os alunos retomaram o problema inicial do surfista e foram capazes de resolvê-lo adequadamente.

O ensino-aprendizagem de matemática com resolução de problemas parece significativo para a educação desde que se estabeleçam mudanças nas posturas pedagógicas. Assim, certamente as ações desenvolvidas para esse processo poderão significar maior compreensão, domínio e aplicação de conceitos na aprendizagem de matemática. Maria Aparecida V. Bicudo (2004) sugere o ensino de matemática através de resolução de problema e conclui que: “Esta metodologia de ensino possa contribuir sobremaneira para uma aprendizagem mais efetiva e significativa desta disciplina”.

Conforme as Diretrizes Curriculares (2008), um dos desafios do ensino da Matemática é a abordagem de conteúdos para a resolução de problemas. Trata-se de uma metodologia pela qual o estudante tem oportunidade de aplicar conhecimentos matemáticos adquiridos em novas situações, de modo a resolver a questão proposta. Enquanto na resolução de exercícios os estudantes dispõem de mecanismos que os levam, de forma imediata, à solução, na resolução de problemas isto não ocorre, pois, muitas vezes, é preciso levantar hipóteses e testá-las. Desta forma, uma mesma situação pode ser um exercício para alguns e um problema para outros, a depender dos seus conhecimentos prévios.

Reavaliando o perfil dos alunos. Nesta última etapa, após um intervalo de 8 semanas realizou-se uma nova avaliação através de uma lista de exercícios contendo sete questões, com valor de zero a dez, para reavaliar o conteúdo assimilado durante o desenvolvimento do projeto (Figura 2).

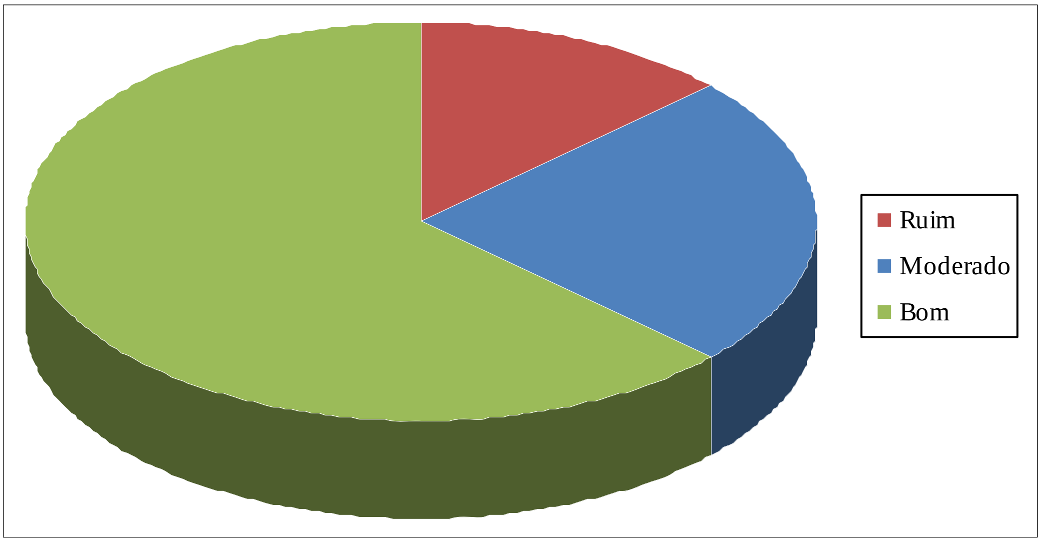


Figura 2. Porcentagem do número de questões respondidas de forma correta pelos alunos do primeiro ano do Ensino Médio na avaliação final, separadas em três classes: Ruim (0,0 a 3,0 pontos), Moderado (4,0 a 6,0 pontos) e Bom (7,0 a 10,0 ponto).

Observamos que a utilização da História da Matemática, Resoluções de Problemas, contextualização e Mídias Tecnológicas correlacionadas à vivência dos alunos resultaram numa melhora da aprendizagem, constatadas na avaliação realizada.

A realização de tarefas de Resolução de Problemas e Investigação na sala de aula proporciona o envolvimento dos alunos em processos relevantes da atividade matemática como a observação, a identificação de questões, formulação e teste de conjeturas, a justificação ou mesmo prova, a argumentação, a reflexão, a avaliação, com momentos de descoberta, de retrocessos e de avanços. O aluno desenvolve uma atitude positiva nas questões matemáticas por meio de um trabalho autônomo, com iniciativa, criatividade e espírito explorador.

CONCLUSÃO

Diante das constatações feitas no decorrer da experimentação e, posteriormente, por meio de uma avaliação individual, chegamos a algumas conclusões relacionadas às indagações iniciais. O fato de o aluno trabalhar previamente com a condição de existência de triângulo o auxilia a perceber que deve existir “algo mais”, isto é, alguma propriedade específica, no caso do triângulo retângulo. Assim em vez de tomar conhecimento da igualdade pitagórica por meio de sua forma, como se observa nos livros didáticos, o estudante tem a possibilidade de perceber a utilidade e a importância dessa relação. Tudo leva a crer que a abordagem apresentada na seqüência de atividades concede ao Teorema de Pitágoras maior significado. Além disso, as atividades diversificadas contribuiram para desenvolver nos alunos algumas capacidades relacionadas à aplicação do Teorema como ferramenta para a resolução de problemas.

Ao analisarmos as dificuldades apresentadas no ensino-aprendizagem da geometria, procuramos proporcionar aos futuros professores um ensino mais significativo e contextualizado com aquisição de habilidades e competências para o exercício de uma prática docente diferenciada.

É importante salientar que muitos conteúdos específicos de geometria foram desenvolvidos na medida em que eram retomados, estudados e aprofundados nas diversas atividades contidas no Plano de Implementação. Muito significativa foi esta vivência para os alunos da Formação de Docentes do Colégio Estadual “Marcílio Dias” da cidade de Itambaracá - Paraná.

Destacamos aqui o parecer conclusivo da equipe pedagógica da escola onde o projeto foi desenvolvido: ”Considerando o empenho da professora PDE na elaboração e aplicação da presente proposta, conclui-se que os objetivos propostos foram atingidos, pois a metodologia utilizada possibilitou maior compreensão dos conceitos geométricos na resolução de problemas do cotidiano”.

O desenvolvimento do Projeto de Implementação foi fundamental para o incremento do pensamento lógico e geométrico, uma vez que, por meio dele, os alunos puderam conjeturar, representar idéias, estabelecer relações, comunicar-se, argumentar, validar suas hipóteses e resolver problemas. Todas as atividades desenvolvidas proporcionaram aos alunos uma forma mais atraente e interessante de promover a aprendizagem.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCONCHER, C. As Ternas Pitagóricas (novamente!). In: SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. **Explorando o Ensino – Matemática.** V. 1, Brasília, 2004.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional.** Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BASTIAN, I. V. **O Teorema de Pitágoras.** São Paulo, 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

BICUDO, M. A. V.; BORDA, M. C. **Educação matemática pesquisa em movimento.** São Paulo: Cortez, 2004.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

EVES, H. **Introdução a História da Matemática.** Campinas: Unicamp, 1995.

FONSECA, A. C. F. R.; LOPES, M. P.; BARBOSA, M. G. G.; GOMES, M. L. M. DAYRELL, M. M. S. S. **O Ensino de Geometria na Escola Fundamental.** Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

FONSECA, M. C. F. R. **O sentido matemático do letramento nas práticas sociais. Presença Pedagógica.** Belo Horizonte: Editora Dimensão, 2005.

FUCKS, W. R. Matemática Moderna. São Paulo: Polígon, 1970.

IMENES, L. M; LELLIS, M. **Descobrindo o teorema de Pitágoras. São Paulo:** Scipione, 2000

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e Ensinando Geometria.** São Paulo: Atual, 1994.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios.** Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, **Qualidade da Educação: Uma nova leitura do desempenho dos estudantes da 3ª série do ensino médio**. Brasília: MEC, 2004.

MORELATTI, M. R. M.; SOUZA L. H. G., **Aprendizagem de conceitos geométricos pelo futuro professor das séries iniciais do Ensino Fundamental e as novas tecnologias.** Curitiba: UFPR, 2006.

NOBRE, S. Alguns “porquês” na História da Matemática e suas contribuições para a educação matemática. **Cadernos CEDES – História e Educação Matemática**. São Paulo: Papirus, v. 40, p. 29-35, 1996.

SEED, **Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná.** Curitiba, 2006.

SEED, **Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná.** Curitiba, 2008.

KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 1997.

SILVEIRA FILHO, J. O Novo Contexto da Matemática. **Revistas das Faculdades Santa Cruz,** v. 5, n. 2, julho/dezembro, 2006.

SINGH, S. **O Último Teorema de Fermat.** 2 ed. Rio de Janeiro: Record, 1998.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE MATEMÁTICA, **SBM.** <http://www.sbm.org.br/UnivEscola1.pdf> Acessado em: 20 de julho de 2007. Documento criado em 13 de outubro de 2003.

STRUIK, D. J. **Histórias consisa das matemáticas.** Lisboa: Gradiva, 1997.

USISKIN, Z. P. **van Hiele levels and achievement in secondary school geometry** (Final Report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project). Chicago, IL: University of Chicago, Department of Education, 1982.

VIANNA, C. R. **O cão do matemático**: discutindo o ensino da matemática em cursos de formação de professores. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

VÍDEO:

DVD “Arte e Matemática” – TV Escola/MEC & TV Cultura, Brasil, 2000.

DVD “Donald no país da Matemágica”. Disney, 1959.

SÍTIO:

www.diaadiaeducacao.pr.gov.br

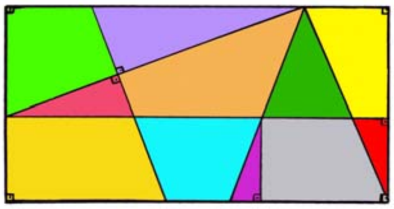
http://www.historiadaarte.com.br/linhadotempo.html

As figuras geométricas foram elaboradas pela Professora Marina Massaco Tashima.

ANEXOS

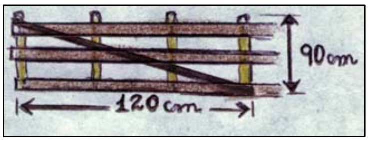
ANEXO 1
TESTE DE SONDAGEM

Atividade – 1
Desafio

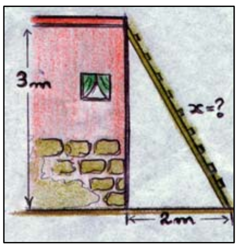


Observe a figura anterior e responda:
Quantos triângulos retângulos há nessa figura?

Atividade – 2
Para que o portão ganhe rigidez, o carpinteiro deve colocar uma travessa de madeira formando triângulos, conforme a figura seguinte. Qual é o comprimento dessa travessa?



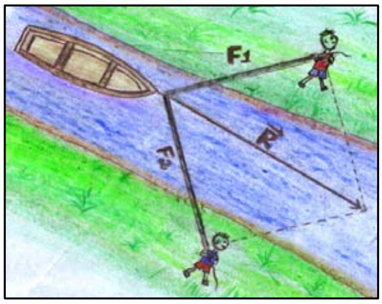
Atividade – 3
Um trabalhador quer construir uma escada de modo que fique afastada 2m de uma parede e alcance a laje da casa que está a 3m do chão. Qual deve ser o comprimento mínimo dessa escada?



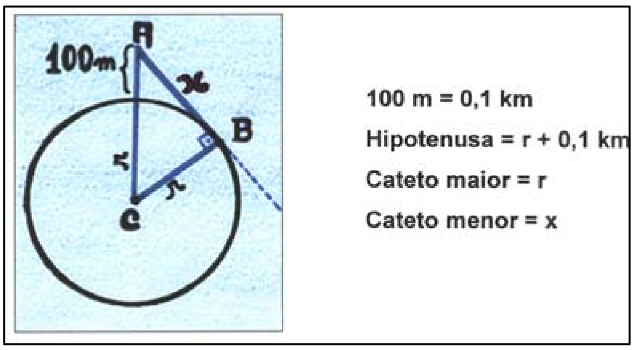
Atividade – 4
Dois homens pretendem derrubar uma árvore, um com força de 12 N e o outro com força de 16 N. Determine a intensidade da resultante dessas duas forças perpendiculares entre si. Veja a figura.

Atividade – 5
Dadas as ternas:
(3, 4, 5), (8, 10, 8), (5, 5, 5), (4, 6, 9), ($\sqrt{34}$, 3, 5), (12, 16, 20)
Com quais dessas ternas é possível formar triângulos retângulos?

Atividade – 6
Um barco está sendo puxado por duas pessoas que caminham pelas margens de um rio. Uma com força de 30 N e a outra com força de 40 N. Sabendo-se que essas forças são perpendiculares entre si, calcule a resultante delas. Veja a figura.



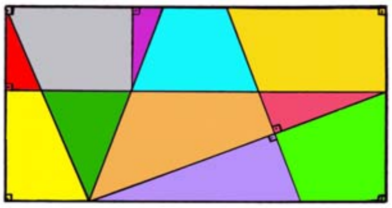
Atividade – 7
Imagine-se à beira-mar na praia de Leste e suponha que você está sobre uma pedra e seus olhos (A) a 100 m de altura vê um barco (B), bem longe, na linha do horizonte. A que distância de você está o barco? Considere o raio (r) da terra igual a 6400 Km e centro da terra no ponto (C). Em equipe de 3 alunos procurem encontrar a resposta. Relate para a classe qual a conclusão que vocês chegaram.
Para facilitar os cálculos, utilize a calculadora e o esquema da seguinte figura.



ANEXO 2

Atividade – 1

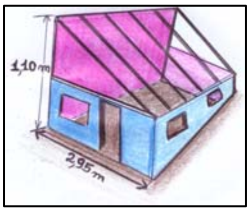
Desafio



Observe a figura anterior e responda: Quantos triângulos retângulos há nessa figura?

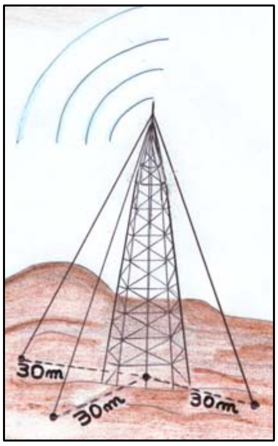
Atividade – 2

O carpinteiro precisa calcular o comprimento dos caibros do telhado. Utilize a calculadora e descubra o comprimento dos caibros.



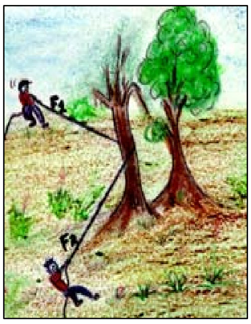
Atividade – 3

A figura mostra uma antena retransmissora de rádio de 72m de altura. Ela é sustentada por três cabos de aço que ligam o topo da antena ao solo, em pontos que estão a 30m do pé da antena. Quantos metros de cabo serão gastos para sustentar a antena?



Atividade – 4

Dois rapazes pretendem derrubar uma árvore, um com força de 9 N e o outro com força de 12 N. Determine a intensidade da resultante dessas duas forças perpendiculares entre si. Veja a figura.



Atividade – 5

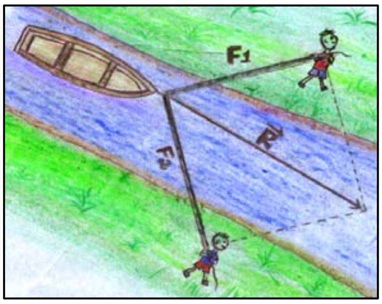
Dadas as ternas:

(6, 8, 10), (10, 15, 20), (6, 7, 8), (5, 15, $5\sqrt{10}$), (5, 12, 13)

Com quais dessas ternas é possível formar triângulos retângulos

Atividade – 6

Um barco está sendo puxado por duas pessoas que caminham pelas margens de um rio. Uma com força de 18 N e a outra com força de 24 N. Sabendo-se que essas forças são perpendiculares entre si, calcule a resultante delas. Veja a figura.



Atividade – 7

Imagine-se à beira-mar na praia de Leste e suponha que você está sobre uma pedra e seus olhos (A) a 100 m de altura vê um barco (B), bem longe, na linha do horizonte. A que distância de você está o barco? Considere o raio (r) da terra igual a 6400 Km e centro da terra no ponto (C). Em equipe de 3 alunos procurem encontrar a resposta. Relate para a classe qual a conclusão que vocês chegaram.

Para facilitar os cálculos, utilize a calculadora e o esquema da seguinte figura.