

“CONSTRUÇÃO DE UMA METODOLOGIA PARA ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA – um estudo de caso da segunda série do ensino médio”

Denilson Alves de Lima*

João Candido Bracarense Costa*

Resumo: Este artigo apresenta uma proposta de Metodologia para o Ensino da Matemática no Ensino Médio que constitui em uma forma diferenciada de se ensinar e de aprender os conteúdos dessa disciplina, possibilitando que a interação entre alunos e professores ultrapasse os limites das salas de aula, fazendo com que o processo de ensino e aprendizagem se torne mais atraente e interessante para alunos e professores, podendo assim contribuir para a redução dos altos índices de evasão e repetência no Ensino Médio. Essa proposta está fundamentada nas tendências metodológicas para o ensino da matemática propostas nas Diretrizes Curriculares da Educação Básica (DCE) especialmente na Mídias Tecnológicas e Resolução de Problema e propõe a utilização dos recursos midiáticos disponíveis na escola como: laboratório de informática, TVs Multimídia, *pendrive* e principalmente os *softwares* livres disponibilizados no Paraná digital e de outros ainda não disponível como um ambiente virtual onde os alunos possam acessar os conteúdos das aulas e tirar suas dúvidas. O texto mostra também o caminho percorrido durante os anos de 2007 e 2008 no Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) em busca da construção dessa proposta de Metodologia.

Palavras-chave: Pensar em ensinar Matemática no século XXI, Tecnologia, Material didático e científico.

Abstract: This paper presents a proposal for a methodology for the teaching of mathematics in high school that is in a different way to teach and to learn the contents of this discipline, enabling the interaction between students and teachers go beyond the boundaries of classrooms, so that the process of teaching and learning becomes more attractive and interesting for students and teachers, thus helping to reduce the high dropout and repetition rates in high school. This proposal is based on trends in methodology for teaching of mathematics proposals in the Basic Education Curriculum Guidelines (EDC) especially in Media Technology and Resolution of Problem and proposes the use of media resources available in school as laboratory computers, TVs Multimedia, Pendrive and especially the free software available in Paraná and other digital not yet available as a virtual environment where students can access the contents of lessons and take your questions. The text also shows the path traveled during the years of 2007 and 2008 the Program for Educational Development (PDE) in search of the building proposed methodology.

Key words: Thinking in teaching mathematics in the twenty-first century; technology; teaching and scientific equipment.

* Professor do Colégio Estadual Chateaubriandense. E-mail: denilsonlima@seed.pr.gov.br

* Professor Doutor do Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas da Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE. E-mail: bracarense@unioeste.br

1. Introdução

A educação básica brasileira vive um momento de crise. O Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (Inep/MEC) apresentou, recentemente, um balanço do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb), nos últimos 10 anos, mostrando uma queda significativa no desempenho dos alunos tanto em língua portuguesa como em matemática. Outro dado negativo é que os alunos concluintes da escola pública apresentaram baixo índice de aproveitamento na prova objetiva do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) em 2006, o que revela a fragilidade do sistema educacional.

A melhoria na qualidade de ensino requer um esforço coletivo de governantes, educadores e sociedade em geral. É preciso estabelecer metas educacionais capazes de oferecer um padrão de qualidade que possa garantir “*o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho*” (LDB - art. 2º).

No ensino da matemática, problemas como: a falta de conhecimento das novas tendências metodológicas (resolução de problemas, etnomatemática, modelagem matemática, mídias tecnológicas e história da matemática); a dificuldade na contextualização dos conteúdos; o pouco conhecimento dos recursos tecnológicos; a má qualidade do material didático; a redução da carga horária da disciplina e a falta de tempo para planejamento e estudo por parte da maioria dos professores contribuem para o baixo rendimento dos alunos.

As Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica – DCE (SEED, 2006) propõem um ensino da matemática que considere o cotidiano e a cultura do aluno e que o leve a apropriar-se do objeto matemático historicamente construído e assim possa agir criticamente e com autonomia nas suas relações sociais.

As escolas do Paraná, através da Secretaria Estadual de Educação (SEED), receberam recentemente laboratório de informática com microcomputadores ligados a *internet* através de fibra óptica, TVs Multimídia em todas as salas de aula e já está em andamento um projeto que deverá distribuir um pendrive para cada professor da Rede. O estado do Paraná também disponibiliza o portal educacional *Dia-a-dia Educação* que

se constitui em um ambiente de interação importante para professores e alunos.

Diante dessa realidade, uma nova proposta para o ensino da matemática deve utilizar os recursos tecnológicos disponíveis, com o objetivo de democratizar o conhecimento, oferecendo ao aluno além do contato direto com o seu professor na sala de aula a oportunidade de acesso a conteúdos na *internet* no momento que ele considerar necessário.

Definição do Objeto de Estudo

A fim de intervir na realidade do ensino matemática, propõe-se desenvolver uma metodologia de ensino que possibilite utilizar os mais diversos recursos didáticos disponíveis e oportunizar ao estudante do ensino médio uma forma diferenciada de adquirir o conhecimento matemático.

Essa metodologia deverá apoiar-se nas Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica – DCE (SEED, 2006) e nas tendências metodológicas nela proposta (resolução de problemas, etnomatemática, modelagem matemática, mídias tecnológicas e história da matemática), principalmente nas mídias tecnológicas auxiliando, professores e alunos no processo de ensino e de aprendizagem.

Objetivo Geral

Propiciar a professores e alunos uma metodologia que os auxilie no processo ensino-aprendizagem, possibilitando que a interação entre eles ultrapasse os limites da sala de aula.

Objetivos Específicos

- Possibilitar aos professores rever a Diretriz Curricular de Matemática e as tendências metodológicas nela propostas.
- Melhorar a qualidade das aulas de matemática utilizando as tendências metodológicas propostas na DCE de matemática.
- Utilizar os recursos tecnológicos disponíveis na escola visando à construção do saber.
- Melhorar o relacionamento entre professor e aluno através de uma forma mais prazerosa de ser dar o processo ensino-aprendizagem.

- Propiciar ao aluno um aprendizado significativo, através da interdisciplinaridade e da contextualização dos conteúdos.
- Democratizar o acesso dos alunos aos recursos tecnológicos através da utilização desses nas aulas de matemática

2. Desenvolvimento

A matemática é a ciência base de várias áreas do conhecimento, sendo, portanto fundamental seu domínio por parte dos alunos. Por isso é necessário procurar novas formas (métodos) para ensiná-la, buscando maior eficiência no processo de ensino e aprendizagem no âmbito escolar.

As DCE propõem que o ensino da matemática seja fundamentado nas tendências metodológicas.

Estudar matemática é resolver problemas e a incumbência do professor de matemática é ensinar a arte de resolver problemas. Para Polya (1978, p. 2):

Há dois objetivos que o professor pode ter em vista ao dirigir a seus alunos uma indagação ou uma sugestão: primeiro, auxiliá-lo a resolver o problema que lhe é apresentado; segundo, desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio.

Assim, o professor deverá ser um facilitador na tarefa de resolver problemas, levando o aluno a pensar, raciocinar, relacionar, procurar compreender o processo e solucioná-lo.

Para Polya (1978), ao resolver um problema devem ser consideradas quatro fases, sendo a primeira compreender o problema, a segunda estabelecer um plano de resolução, a terceira é a execução do plano e a quarta e última fase é o retrospecto que o estudo do caminho que levou à solução.

Embora a resolução de problemas seja muito estudada por educadores matemáticos, ainda é pouco utilizada no dia-a-dia da sala de aula e sua implementação como metodologia poderá ser importante para o ensino da matemática.

A modelagem é utilizada desde a antiguidade, porém sua utilização como metodologia para o ensino da matemática é recente. Nos últimos trinta anos que

vem ganhando espaço em diversos países e no Brasil, começa ser desenvolvida na década de 1970 com o professor Aristides Camargos Barretos, da PUC do Rio de Janeiro. Os autores BUENBENGUT E HEIN (2005, p. 7) consideram que:

A modelagem matemática, arte de expressar por intermédio de linguagem matemática situações-problemas de nosso meio, tem estado presente desde os tempos mais primitivos. Isto é, a modelagem é tão antiga quanto a própria Matemática, surgindo de aplicações na rotina diária dos povos antigos.

O objetivo da modelagem é resolver problemas através da utilização de um modelo matemático e a respeito desse modelo os autores acima dizem:

Seja qual for o caso, a resolução de um problema, em geral quando quantificado, requer uma formulação matemática detalhada. Nessa perspectiva, um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se “modelo matemático.” (BUENBENGUT; HEIN, 2005, p. 12)

Assim, através do modelo é possível expressar uma situação problema por meio da linguagem matemática e através disso buscar sua solução. Nesse sentido através da modelagem o conteúdo ganha significado para o aluno, facilitando sua compreensão.

A proposta de Etnomatemática tem como principal teórico Ubiratan D’Ambrósio, o qual desenvolve suas pesquisas desde a década de 1970.

Etnomatemática é a matemática praticada por grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns aos grupos. (D’AMBRÓSIO, 2005, p. 9)

Para D’AMBRÓSIO (2005), a escola deve respeitar as raízes culturais dos alunos, raízes essas que ele adquire com a família, amigos ou com a participação num determinado grupo social. Ao ensinar matemática deve-se considerar os conhecimentos prévios, a história cultural que cada indivíduo possui. Assim, se o professor vai trabalhar em uma aldeia indígena, por exemplo, deve tomar conhecimento de como esse povo

utiliza a matemática, para a partir daí, respeitando sua construção histórica, introduzir novos conteúdos.

Outra tendência metodológica é a História da Matemática. Os conteúdos trabalhados a partir do seu contexto histórico fazem com que os alunos compreendam os seus significados, passando a ver a matemática como uma construção da humanidade.

Trabalhar o conteúdo do ponto de vista histórico não significa repassar para o aluno datas e nomes que fizeram parte da história da matemática, segundo as DCE:

A abordagem histórica não se resume a retratar curiosidades ou biografias de matemáticos famosos; vincula as descobertas matemáticas aos fatos sociais e políticos, às circunstâncias históricas e às correntes filosóficas que determinaram o pensamento e influenciaram o avanço científico de cada época. (DCE de MATEMÁTICA, 2006, p. 45)

As Diretrizes Curriculares de Matemática considera que a história da matemática deve orientar a elaboração de atividades com problemas históricos, para que o aluno possa compreender os conceitos e conceber a matemática como campo do conhecimento em construção. A respeito dos objetivos pedagógicos de se trabalhar as aulas de matemática a partir da sua história os autores MIGUEL e MIORIN (2004, p. 53) consideram que:

Dessa forma, podemos entender ser possível buscar na História da Matemática apoio para se atingir, com os alunos, objetivos pedagógicos que os levem a perceber, por exemplo; (1) a matemática como uma criação humana; (2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática; (3) as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que servem de estímulo ao desenvolvimento das idéias matemáticas; (4) as conexões existentes entre matemática e filosofia, matemática e religião, matemática e lógica, etc.; (5) a curiosidade estritamente intelectual que pode levar à generalização e extensão de idéias e teorias; (6) as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática, as quais mudam e se desenvolvem ao longo do tempo; (7) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.

Para se atingir esses objetivos é necessário que os professores busquem na história elementos para estabelecer relação entre os conteúdos que fazem parte do currículo e sua origem histórica e cultural.

As Mídias Tecnológicas que tem a função de potencializar formas de resolução de problemas através dos recursos tecnológicos como calculadora, aplicativos da *internet*, *software*, programas computacionais e outros, não importando se esses problemas estão sendo tratado pela história da matemática, modelagem ou etnomatemática.

Porém, a inserção, principalmente do computador e seus aplicativos no ambiente escolar, não é fácil para os professores, pois desses requer um novo olhar para sua prática pedagógica. Nesse sentido, Penteado (1999, p. 298) ao se referir a pouca utilização dos computadores na prática profissional dos professores, faz as seguintes considerações.

Acreditamos que, em geral, o professor enfrenta os desafios impostos pela profissão e busca criar alternativas, porém a introdução do computador na escola altera os padrões nos quais ele usualmente desenvolve sua prática. São alterações no âmbito das emoções, das relações e condições de trabalho, da dinâmica da aula, da reorganização do currículo, entre outras.

Essas preocupações permanecem nas escolas. Porém, a existência do laboratório de informática nas escolas do Estado do Paraná permite o contato do professor com essa tecnologia e constitui numa forma importante para democratização dessa ferramenta junto aos alunos.

Ainda sobre a necessidade de mudança na postura do professor frente a utilização dos recursos tecnológicos na sala de aula SAMPAIO e LEITE (1999, p. 19) consideram que:

Existe, portanto, necessidade de transformações do papel do professor e do seu modo de atuar no processo educativo. Cada vez mais ele deve levar em conta o ritmo acelerado e a grande quantidade de informações que circulam no mundo de hoje, trabalhando de maneira crítica com a tecnologia presente em nosso cotidiano. Isso faz com que a formação do educador deva voltar-se para a análise e compreensão dessa realidade, bem como para a busca de maneiras de agir pedagogicamente diante dela. É necessário que professores e alunos conheçam, interpretem, utilizem, reflitam e dominem criticamente a tecnologia para não serem por ele dominados.

Uma análise crítica a respeito da utilização dos recursos tecnológicos e midiáticos na sala de aula se faz necessário, para que não se confunda informação com conhecimento. As informações que circulam com grande velocidade na televisão e na

internet poderão através da ação pedagógica do professor contribuir para construção do conhecimento.

Neste contexto, o professor deve se apropriar das diferentes linguagens existentes no mundo da mídia, não apenas decifrar os códigos, mas também estar munido de uma interpretação crítica dos conteúdos que circulam nos diversos meios de comunicação. Isto significa reconhecer nas mensagens midiáticas as possibilidades de enriquecer as metodologias didáticas no sentido de ampliar os horizontes cognitivos, explorando os mediadores tecnológicos do som e das imagens no processo da apropriação, reprodução e produção do conhecimento. (TERUYA, 2006, p.81 e 82)

Os avanços tecnológicos estão presentes em todos os setores da sociedade e a educação não pode ficar fora desse processo sobre pena de ficar ultrapassada e desconectada da realidade. Dessa forma os educadores precisam descobrir de que forma esses recursos podem ser utilizados a favor do processo ensino e aprendizagem, ou seja, dominarem a tecnologia e colocá-la a serviço da educação.

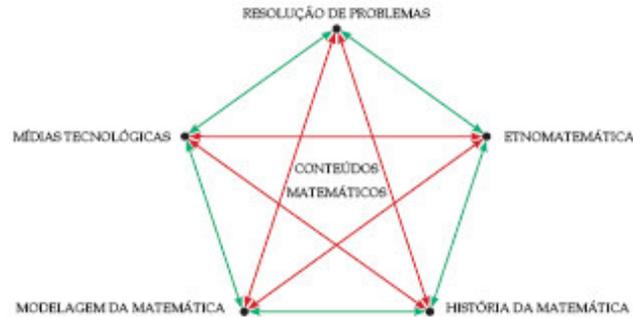
Muitos pensam que a utilização de tecnologia pode desumanizar o ensino. Pensar assim é mistificar a tecnologia, dar a ela um poder que ela não tem, pois é um recurso a serviço do ser humano na sua trajetória de construção do conhecimento. (SAMPAIO e LEITE 1999, p. 104)

Um recurso que pode contribuir nessa construção do conhecimento, especialmente no ensino da matemática é a utilização de *softwares* educativos, que permitem ao aluno interagir com o aplicativo, possibilitando realizar conjecturas que podem favorecer a aprendizagem. Outro recurso importante é a *internet* que, além de ser uma fonte de pesquisa, permite a comunicação rápida e formação de comunidades virtuais, recursos esses que podem fazer com que se potencialize a comunicação entre professor e aluno para além dos limites da sala de aula.

As (DCE de MATEMÁTICA, 2006, p. 46) consideram necessárias as articulações entre as tendências para a efetivação do processo ensino-aprendizagem, quando defende:

A abordagem dos conteúdos específicos pode transitar por todas as tendências da Educação Matemática. A figura a seguir sugere que tais tendências se

articulem com enfoque nos conteúdos matemáticos.



Desse modo, defende-se a construção de uma metodologia para o ensino da matemática atenta as diferentes tendências metodológicas, que sejam articuladas e fundamentadas coerentemente.

Materiais e Métodos

Vivemos uma época de grande avanço tecnológico e a educação não pode ficar fora desse processo de mudança. Nesse sentido a Secretaria de Educação do Estado do Paraná disponibiliza para as escolas ferramentas importantes que podem ser utilizadas na inovação do ensino da matemática como: laboratório de informática, TVs Multimídia, pendrive e o portal Educacional *Dia-a-dia Educação* que pode ser acessado por professores e alunos. Cabe ao professores buscar conhecer e dominar esses recursos para introduzi-los nas aulas para que aos poucos seja superada a era do quadro e giz.

Outra ferramenta importante é a *internet*, que além de ser utilizada como fonte de pesquisa, possibilita a comunicação a distância que pode ser utilizada a favor do processo de ensino e aprendizagem.

Para que esses recursos sejam utilizados de forma crítica, para trazer benefícios para o ensino da matemática e necessário ocorrer o que SAMPAIO e LEITE (1999) chamam de “Alfabetização Tecnológica do Professor”, ou seja, o professor deve dominar essa tecnologia presente na escola. Para isso é necessário que se promova cursos de capacitação, grupos de estudo e seminários a respeito do tema, a fim de quebrar a barreira existente entre os professores e esses equipamentos.

Proposta Metodológica

Mudar a forma de ensinar e aprender matemática, não é uma tarefa fácil, é preciso mudar hábitos, quebrar paradigmas, inovar sem perder de vista o objeto de estudo da matemática que é o conhecimento historicamente construído.

A proposta é que o professor prepare aulas diferenciadas, partindo de uma situação problema e utilizando os recursos tecnológicos presentes na escola de forma a despertar nos alunos o interesse pelo tema. Um dos recursos que deve ser utilizado é o laboratório de informática, onde o Paraná Digital disponibiliza os *softwares free* Geogebra e Régua e compasso que possibilitam o trabalho com a geometria e como álgebra.. No portal Educacional *Dia-a-dia Educação* no ícone TV Multimídia pode ser encontrado imagens e vídeos relacionados a diversos conteúdos e no ícone Folhas inúmeras publicações de materiais didático pedagógico abordando temas e conteúdos variados.

Um segundo passo é criar um ambiente virtual onde essas aulas possam ser disponibilizadas juntamente com atividades e curiosidades, de forma que os alunos tenham a possibilidade de acessar e rever o conteúdo estudado em sala de aula de sua casa ou do laboratório de informática da escola ou de outro local que lhe for conveniente, podendo no caso de dúvidas encaminhar questionamentos, fazendo assim que o relacionamento entre professor e aluno ultrapasse os limites da sala de aula.

Caminho percorrido na construção da proposta metodológica

Essa proposta de trabalho surgiu no início de 2007 com um grupo de professores participantes do Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) proposto pela Secretaria de Estado da Educação (SEED), que juntamente com seu orientador fizeram uma análise da atual situação do ensino da matemática na Educação Básica do Brasil e diante do resultado resolvem montar uma proposta de intervenção a fim de contribuir com a melhoria da qualidade de ensino dessa disciplina.

Diante da decisão do grupo de que uma proposta de intervenção deveria estar fundamentada nas DCE de matemática por esse ser o documento que orienta o ensino dessa disciplina no Estado do Paraná, iniciou-se um estudo detalhado desse texto, especialmente das tendências metodológicas nele proposto.

Um segundo passo foi a elaboração de uma aula diferenciada, utilizando recursos didáticos variados, softwares livres que contemplasse uma ou mais dessas tendências pedagógica. Essa aula foi submetida a uma avaliação por um grupo de 27 professores que puderam apontar pontos positivos e negativos e sugerirem alterações.

Outro desafio foi a produção de um material didático pedagógico direcionado para o aluno no formato Folhas indicado pela SEED Paraná que consiste em uma aula que deve começar com um problema que provoque o aluno a se interessar pelo assunto tratado. Outra característica do Folhas é a interdisciplinaridade que deve ser feita com outras duas disciplinas da grade curricular, além de uma abordagem histórica e a inserção de temas contemporâneo. O folhas apresentado a seguir que faz parte das atividades do PDE aborda o conteúdo específico Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo e tem como título “Condições iguais para todos”. O material propõe uma discussão a respeito do tema acessibilidade e direciona mais para as dificuldades de locomoção encontradas pelos cadeirantes devido as barreiras arquitetônicas.

4.1 Material Didático – FOLHAS

Condições iguais para todos

Em uma escola a porta da biblioteca tem um desnível de 40 cm em relação ao pátio. O diretor quer construir uma rampa para permitir o acesso de alunos cadeirantes. Qual deverá ser o ângulo ideal de inclinação da rampa em relação ao plano horizontal do pátio? Qual o comprimento ideal da rampa? Qual a distância horizontal, medida no plano do pátio, do início da rampa até a porta da biblioteca?

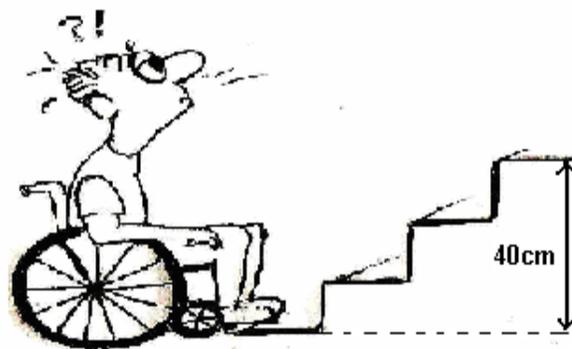


Figura 1- Cadeirante parado diante dos degraus de uma escada.

Direito de ir e vir

A Constituição Federal promulgada em 1988 fala no seu artigo 5º sobre a igualdade de todos perante a lei.

Art. 5º Todos são iguais perante a lei, sem distinção de qualquer natureza, garantindo-se

aos brasileiros e aos estrangeiros residentes no País a inviolabilidade do direito à vida, à liberdade, à igualdade, à segurança e à propriedade, nos termos seguintes:

XV - é livre a locomoção no território nacional em tempo de paz, podendo qualquer pessoa, nos termos da lei, nele entrar, permanecer ou dele sair com seus bens;

Apesar de a constituição garantir a igualdade e o direito de se locomover livremente, o que vemos é que as cidades vão crescendo e no que diz respeito à arquitetura e ao urbanismo não contempla as necessidades de toda a população, ficando uma parte excluída.

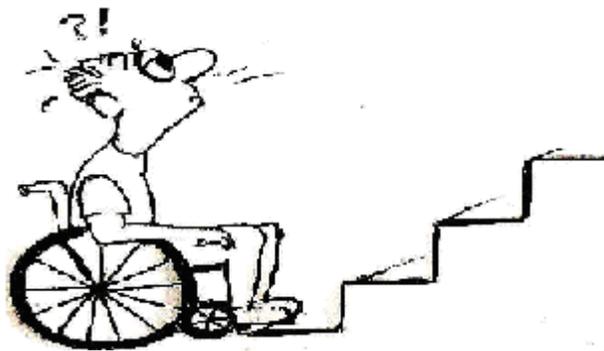
Buscando conscientizar a população e o poder público a respeito do direito a acessibilidade para todos, o Conselho Nacional dos Direitos da Pessoa Portadora de Deficiência (Conade), órgão formado pelo governo e sociedade civil e ligado à Secretaria Especial dos Direitos Humanos da Presidência da República lançou no ano de 2007 uma campanha que se intitula "Acessibilidade, siga essa idéia" que tem também por objetivo reduzir a discriminação.

Mas como garantir acessibilidade para todos?

Garantir a acessibilidade é romper com as barreiras arquitetônicas que impedem a locomoção de uma parcela da sociedade, deixando-as excluídas e sem possibilidades de exercer sua cidadania. De acordo com o Censo Demográfico de 2000, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o Brasil tinha cerca de 1,5 milhão de deficientes físicos, destes, 937463 aproximadamente 62,5% usuários de cadeiras de rodas. No Paraná, esse número era de 53655, o que representava 5,72% do total de cadeirantes do país. Muitas dessas pessoas, ainda hoje, não freqüentam escola, não trabalham não se relacionam com outras pessoas a não ser com os familiares, ou seja, vivem praticamente isoladas.

Quais são as barreiras que impedem a circulação dessas pessoas?

No caso específico dos cadeirantes muitos são os obstáculos como portas estreitas, banheiros pequenos e sem adaptação, transportes coletivos que não permitem o seu acesso, mas sem



dúvida os degraus são os maiores obstáculos. A falta de rampa

Figura 2- Cadeirante parado diante dos degraus de uma escada.

de acesso ou rampas muito inclinadas dificulta e às vezes impede a circulação dos cadeirantes.

Você é o observador: formem grupos de no máximo 4 alunos, visite os locais de maior circulação de pessoas na sua cidade e faça um registro no caderno que responda as seguintes indagações: a sua cidade está preparada para garantir acessibilidade para os cadeirantes? Nos estabelecimentos comerciais e repartições públicas existem rampas de acesso? Se existem sua inclinação permite que o cadeirante se movimente sem o auxílio de outras pessoas? E seu colégio está preparado para receber os alunos cadeirantes?

Na aula seguinte os grupos poderão compartilhar suas anotações com o restante da turma e juntos elaborar uma estratégia de como colaborar para que o direito a acessibilidade seja garantido aos cadeirantes.

Seguindo as normas

Como construir uma rampa corretamente? Existe alguma normatização a respeito?

Todos os cidadãos têm o direito da acessibilidade. Para estabelecer critérios e parâmetros técnicos que garantam no projeto de construção as condições de acessibilidade, existe no Brasil a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) que atua desde 1940 e é dividida em comitês, entre eles o Comitê Brasileiro de Acessibilidade CB-40 que começou a atuar a partir do ano 2000. Esse comitê elaborou

a ABNT NBR 9050 (2004), que estabelece as normas técnicas obrigatórias para construções, reformas e ampliações.

Sobre a inclinação das rampas para cadeirantes a ABNT NBR9050 (2004) determina:

“ 6.5.1.2 As rampas devem ter inclinação de acordo com os limites estabelecidos na tabela 5.

Para inclinação entre 6,25% e 8,33% devem ser previstas áreas de descanso nos patamares, a cada 50 m de percurso.

Tabela 1 — Dimensionamento de rampas

Inclinação admissível em cada segmento de rampa i (%)	Desníveis máximos de cada segmento de rampa h (m)	Número máximo de segmentos de rampa
5,00 (1:20)	1,50	Sem limite
$5,00 (1:20) < i \leq 6,25 (1:16)$	1,00	Sem limite
$6,25 (1:16) < i \leq 8,33 (1:12)$	0,80	15

Fonte – ABNT NBR9050, como tabela 5

6.5.1.3 Em reformas, quando esgotadas as possibilidades de soluções que atendam integralmente a tabela 5, podem ser utilizadas inclinações superiores a 8,33% (1:12) até 12,5% (1:8), conforme tabela 2.

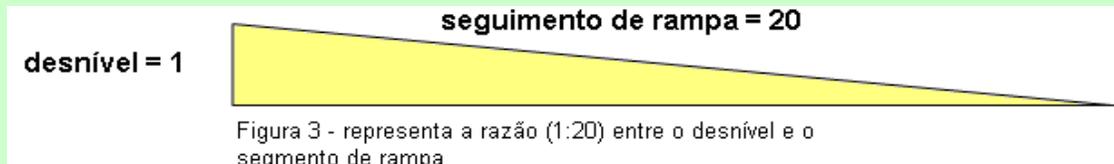
Tabela 2 — Dimensionamento de rampas para situações excepcionais

Inclinação admissível em cada segmento de rampa i (%)	Desníveis máximos de cada segmento de rampa h (m)	Número máximo de segmentos de rampa
$8,33 (1:12) \leq i < 10,00 (1:10)$	0,20	4
$10,00 (1:10) \leq i \leq 12,5 (1:8)$	0,075	1

“Fonte – ABNT NBR9050, como tabela 6

Interpretando a tabela

As tabelas apresentam os valores em porcentagem e na forma de razão, por exemplo, na tabela 1 quando aparece na segunda linha da primeira coluna o valor 5,00 ele está indicando o percentual de inclinação admissível em cada segmento 5,00% e a razão 1:20 indica que para cada unidade de desnível é indicado 20 unidades de seguimento de rampa. Observe:



Agora que sabemos da importância das rampas para a locomoção dos cadeirantes e conhecemos as normas para construí-las, que tal entender um pouco da matemática envolvida na sua construção? Para isso vamos realizar uma atividade prática .

Atividade prática

Materiais:

- papel milimetrado, esquadro, régua milimetrada, calculadora.

Procedimentos:

- Marque sobre uma linha horizontal do papel milimetrado e próximo a margem esquerda o ponto B .
- Trace, utilizando a régua, uma semi-reta de origem em B sobre a mesma linha horizontal que contém esse ponto.
- Sobre essa semi-reta marque arbitrariamente três pontos A , A_1 , A_2 .
- Trace outra semi-reta de origem em B formando um ângulo α menor que 90° com a semi-reta anterior.
- Pelos pontos A , A_1 e A_2 , utilizando o esquadro, trace seguimentos perpendiculares aos lados \overline{BA} , $\overline{BA_1}$ e $\overline{BA_2}$ determinando na intersecção com semi-reta de origem em B os pontos C , C_1 e C_2 respectivamente.

Observe a obtenção de três triângulos ABC , A_1BC_1 , A_2BC_2 , todos semelhantes entre si.

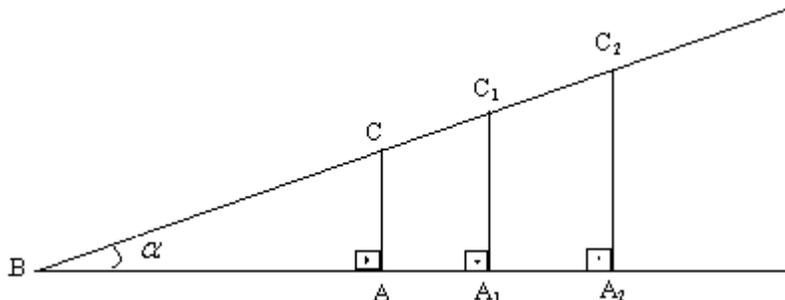


Figura 4 – três triângulos retângulos semelhantes ABC , A_1BC_1 e A_2BC_2

f) Utilizando a régua faça a medida dos lados.

$$\overline{AC} = \dots\dots\dots \overline{BC} = \dots\dots\dots \overline{A_1C_1} = \dots\dots\dots \overline{BC_1} = \dots\dots\dots \overline{A_2C_2} = \dots\dots\dots \overline{BC_2} = \dots\dots\dots$$

g) Utilizando a calculadora, determine as seguintes razões, considerando a aproximação centesimal (duas casas após a vírgula):

$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} =$	$\frac{\overline{A_1C_1}}{\overline{BC_1}} =$	$\frac{\overline{A_2C_2}}{\overline{BC_2}} =$
-----------------------------------------	-----------------------------------------------	-----------------------------------------------

h) Compare os resultados obtidos no item anterior.

Se você encontrou o mesmo valor para as três razões, parabéns, esse valor encontrado, é chamado *seno* do ângulo α e se indica por:

$$\text{sen}\alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

i) Utilizando a régua faça agora a medida dos lados:

$$\overline{AB} = \dots\dots\dots \overline{A_1B} = \dots\dots\dots \overline{A_2B} = \dots\dots\dots$$

j) Utilizando a calculadora efetue as seguintes razões, considerando duas casas após a vírgula:

$\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}} =$	$\frac{\overline{BA_1}}{\overline{BC_1}} =$	$\frac{\overline{BA_2}}{\overline{BC_2}} =$
-----------------------------------------	---------------------------------------------	---------------------------------------------

k) Compare os resultados obtidos no item anterior.

Se os valores encontrados são iguais, é sinal que você fez boas medidas. O valor encontrado nesse caso, é chamado de cosseno do ângulo α e se indica por:

$$\cos \alpha = \frac{\overline{BA}}{\overline{BC}}$$

l) Utilizando a calculadora efetue agora as seguintes razões, considerando duas casas após a vírgula:

$\frac{\overline{AC}}{\overline{BA}} =$	$\frac{\overline{A_1 C_1}}{\overline{BA_1}} =$	$\frac{\overline{A_2 C_2}}{\overline{BA_2}} =$
-----------------------------------------	------------------------------------------------	------------------------------------------------

Comparando os resultados obtidos no item anterior, o valor constante obtido é chamado tangente do ângulo α e se indica por:

$$tg \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{BA}}$$

Os números $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ e $tg \alpha$ recebem o nome de razões trigonométricas no triângulo retângulo e só variam quando variar o ângulo α .

Obs: Essa atividade prática pode ser realizada no computador utilizando o software livre C.a.R. (Compass and Ruler) ou, em português, R.e.C. (Régua e Compasso), que pode ser encontrado na *internet* no endereço http://www.z-u-l.de/doc_en/index.html.

Alguns elementos importantes em um triângulo retângulo

Observando o triângulo ABC, retângulo em A, temos:

$$\overline{BC} = \text{hipotenusa} = a$$

$$\overline{AC} = \text{cateto} = b$$

$$\overline{AB} = \text{cateto} = c$$

$$\overline{AC} = \text{cateto oposto ao ângulo } \hat{B}$$

$$\overline{AB} = \text{cateto adjacente ao ângulo } \hat{B}$$

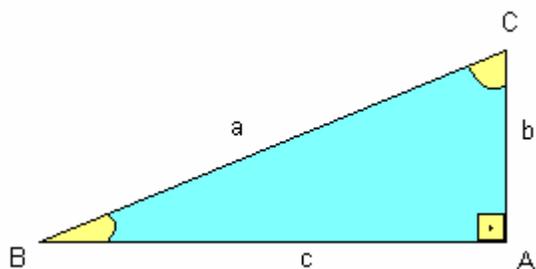


Figura 5 – triângulo retângulo

\overline{AC} = cateto adjacente ao ângulo \hat{C}

\overline{AB} = cateto oposto ao ângulo \hat{C}

Assim, em um triângulo retângulo, considerando:

- um ângulo agudo = α
- cateto adjacente ao ângulo α = CA
- cateto oposto ao ângulo α = CO
- hipotenusa = H

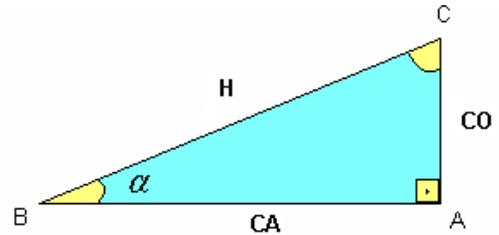


Figura 6 – triângulo retângulo

Temos:

$$\text{sen } \alpha = \frac{CO}{H}$$

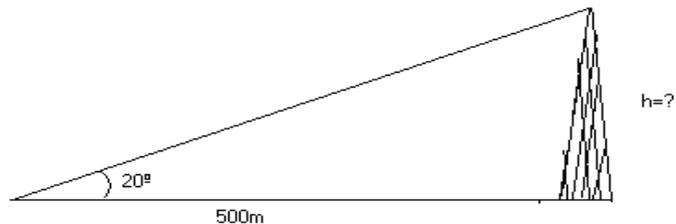
$$\text{cos } \alpha = \frac{CA}{H}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{CO}{CA}$$

Atividades

- 1) Imagine que você se encanta com a grande altura de uma torre e resolve calculá-la. Você se afasta 500m da base da torre. Depois, usando seu transferidor, determina que a parte mais alta da torre aparece a 20° sobre a linha do horizonte, como mostra o desenho. Considere os valores da tabela abaixo e determine a altura da torre:

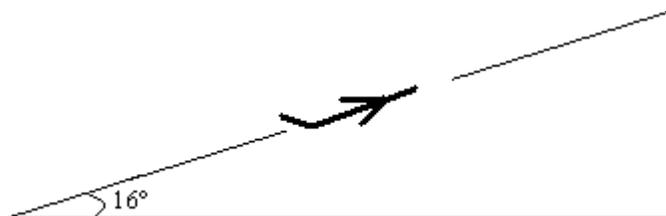
sen 20°	0,309
cos 20°	0,951
tg 20°	0,325



- 2) Um avião levanta vôo e sobe fazendo um ângulo de 16° com a horizontal. A 2 Km do ponto de decolagem e na mesma linha reta por onde passa o avião, foi construído um edifício de 240m de altura. Considere os dados da tabela abaixo e responda:
- O avião conseguirá altura suficiente para não se chocar com o prédio? Se a resposta for afirmativa, a quantos metros do ponto mais alto do edifício passará o avião?
 - Qual a distância que o avião terá percorrido quando estiver na mesma vertical do edifício?

c) Pelos resultados obtidos, essa decolagem pode ser considerada segura?

$\text{sen}16^\circ$	0,275
$\text{cos}16^\circ$	0,961
$\text{tg}16^\circ$	0,286



Importante! Com uma calculadora científica você pode determinar o valor de seno, cosseno e tangente de um determinado ângulo. No caso de você ter o valor de uma das razões trigonométricas é possível determinar o ângulo. Consulte seu professor e amplie seus conhecimentos.

Em busca das origens

A trigonometria é a parte da matemática que tem por objetivo o cálculo das medidas dos elementos do triângulo. A palavra trigonometria tem origem em três radicais gregos: tri (três), gonos (ângulo) e metron (medir).

As primeiras contribuições aos estudos da trigonometria são atribuídas aos egípcios e babilônicos, por volta do século IV ou V a.C motivados por problemas relacionados a Astronomia, Agrimensura e Navegação. Porém foi o astrônomo grego Hiparco de Nicéia no século II a.C que recebeu o título de “o pai da Trigonometria” por ter sido o primeiro a empregar as relações entre os lados e os ângulos de um triângulo retângulo e ter construído o que provavelmente foi a primeira tabela trigonométrica.

No século II d.C o grego Ptolomeu escreveu a mais significativa obra sobre trigonometria da antiguidade chamada *Almagesto* onde reúne os conhecimentos existentes na época. Nessa obra ele apresenta uma tabela que hoje equivale a tabela de valores de senos, porém não se utilizava os termos seno e cosseno, mas cordas.

Os problemas relativos à Astronomia deram origem aos conceitos de seno e cosseno, enquanto que a origem do conceito de tangente está ligado ao cálculo de distâncias e alturas. O nome trigonometria e as abreviações (*sen*, *cos* e *tg*) como utilizamos hoje, só surgiram no século XVI.

A trigonometria é uma construção de diversos povos, além dos egípcios, babilônicos e gregos os filósofos e matemáticos indianos, árabes, europeus entre

outros, contribuíram para alcançar os conhecimentos que temos.

Atualmente, os conhecimentos de trigonometria são aplicados na matemática e em outras áreas da atividade humana como: Topografia, Engenharia Civil, Física e outras.

Descendo ou subindo a rampa

Uma das aplicações das razões trigonométricas é no estudo do movimento de corpos em planos inclinados que faz parte da mecânica um dos ramos da Física.

A utilização das rampas pelo homem tem o objetivo de facilitar a elevação de corpos. Quando sustentamos um corpo verticalmente, temos que sustentar todo o seu peso, enquanto se utilizarmos uma rampa, parte do seu peso é neutralizado pelo fato do corpo estar apoiado.

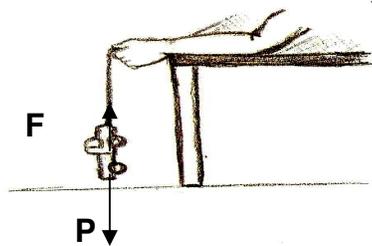


Figura 7 – elevação do carrinho na vertical

$$F = P$$

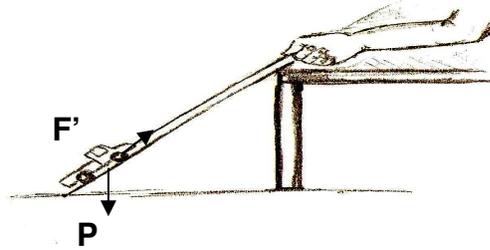


Figura 8 – carrinho subindo a rampa

$$F' < P$$

Mas o que provoca a redução no peso?

Considere um corpo apoiado sobre um plano inclinado que forma um ângulo α com a horizontal. As forças que atuam no corpo são: a força peso **P**, vertical para baixo e a reação normal **N** do apoio, perpendicular ao plano inclinado.

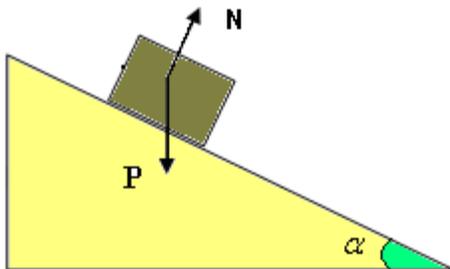


Figura 9 – corpo apoiado sobre plano inclinado

A força peso **P** pode ser decomposta em duas componentes. A primeira responsável pela tendência do corpo em descer o plano chamaremos de componente tangencial **P_t**, por ser tangente à superfície. A segunda responsável pela compressão que o corpo exerce na superfície chamaremos de componente normal **P_N** que fica na mesma direção e no sentido contrário da força normal **N**.

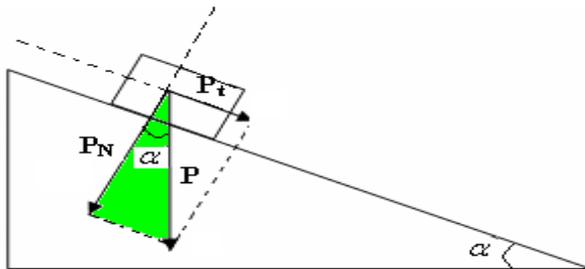


Figura 10 – plano inclinado

A partir do triângulo retângulo destacado na figura acima, utilizando as razões trigonométricas seno e cosseno, obtemos as intensidades das componentes **P_t** e **P_N**, observe:

$$\text{sen } \alpha = \frac{CO}{H} \Rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{P_t}{P} \quad P_t = P \cdot \text{sen } \alpha$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{CA}{H} \Rightarrow \text{cos } \alpha = \frac{P_N}{P} \quad P_N = P \cdot \text{cos } \alpha$$

Assim a força **F** necessária para arrastar um corpo em um plano inclinado sem atrito e com velocidade constante é igual a componente do peso tangencial **P_t**, se considerarmos o atrito a força **F** passa ser a soma de **P_t** com a força de atrito **F_a**, veja figura abaixo.

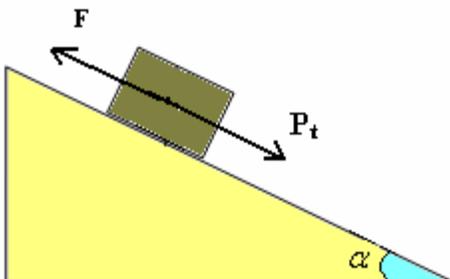


Figura 11 – bloco sobe plano inclinado sem atrito

$$\mathbf{F} = \mathbf{P}_t$$

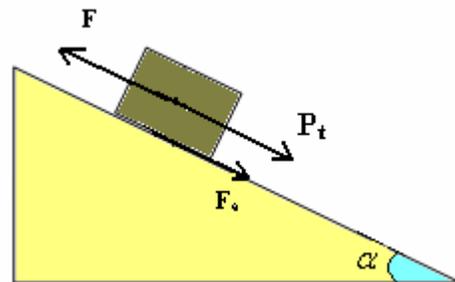
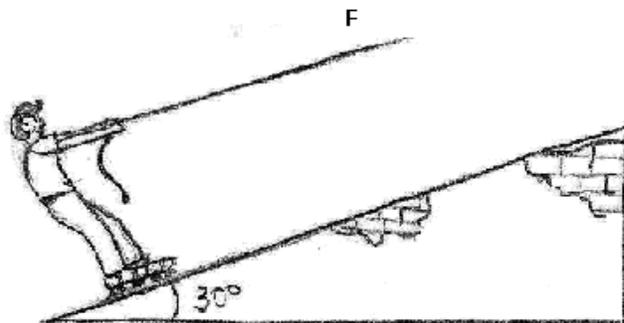


Figura 12 – bloco sobe plano inclinado com atrito

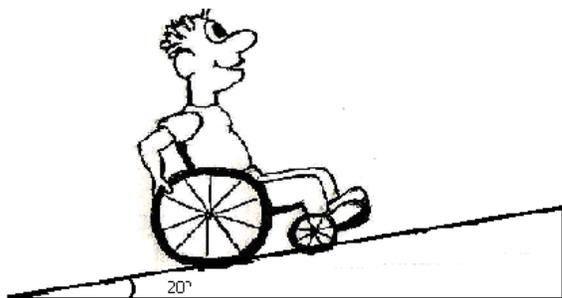
$$\mathbf{F} = \mathbf{P}_t + \mathbf{F}_a$$

Atividades:

- 1) Um homem apoiado em um patim, é puxado para cima por meio de uma corda paralela a rampa que forma com a horizontal um ângulo de 30° , conforme indica a figura. Desprezando os atritos e considerando que o peso do homem seja igual a 800N , determine o valor da força F capaz de fazer o homem subir a rampa com velocidade constante.



- 2) Um cadeirante tenta subir uma rampa que tem uma inclinação de 20° com a horizontal. Qual a força F que ele deve fazer para subir a rampa com velocidade



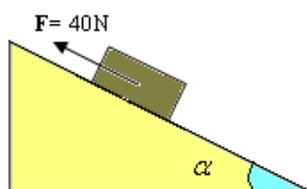
constante, sabendo que o peso do conjunto (homem + cadeira) é igual a 900N e a força de atrito existente entre a roda da cadeira e piso da rampa é 342N ? Considerando que 10N é aproximadamente a força necessária

para elevar um corpo de massa 1 kg , você acha que ele conseguirá subir a rampa sem ajuda? Qual seria a melhor maneira de reduzir a força F , diminuindo o atrito (superfície mais lisa) ou reduzindo o ângulo de inclinação? A superfície da rampa deve ser feita com material liso ou antiderrapante?

Faça uma pesquisa sobre o material indicado para superfície das rampas para cadeirantes. Apresente o resultado de sua pesquisa para os colegas de turma e faça uma comparação dos materiais encontrados por você e pelos demais alunos.

- 3) Um bloco de peso 80N sobe uma rampa com velocidade constante quando solicitado por uma força F igual a 40N . Despreze o atrito entre o bloco e o plano e determine o

ângulo α de inclinação da rampa em relação ao plano horizontal.



Voltando aos questionamentos iniciais.

Agora que você conhece as normas para construção de rampas e a matemática envolvida nesse processo, que tal auxiliar o diretor da escola a determinar o ângulo de inclinação e as dimensões da rampa de acesso à biblioteca.

O direito de livre circulação para todos só será assegurado a partir da construção de uma cultura universal de cidadania, visando a construção de uma sociedade igualitária, planejada para todos. Isso será possível a partir do momento que todos tenham conhecimento de seus direitos e se organizem buscando formas para que esses sejam exercidos.

Grupo de Trabalho em Rede (GTR)

O Grupo de Trabalho em Rede –GTR é uma atividade prevista pelo Programa de Desenvolvimento Educacional- PDE/PR que tem por objetivo a integração do professor PDE com o professor da rede. O GTR que faz parte da proposta de Formação continuada da SEED/PR foi realizado através de encontros virtuais de outubro de 2007 a junho 2008. Através desse espaço virtual os professores da rede puderam contribuir com o professor PDE na elaboração do seu Plano de Trabalho, do material didático e proposta de implementação.

A principal atividade desenvolvida por esse grupo foi a elaboração de uma aula por participante. Essas aulas montadas em Power Point ou Impress foram convertidas em slides no formato JPG e disponibilizada para que todos pudessem utilizá-las nas TVs Multimídia.

Implementação da Proposta de Intervenção

A proposta de intervenção foi elaborada pensando no trabalho com aluno na sala de aula e para que ela pudesse se tornar mais abrangente fez-se necessário envolver os Professores da Educação Básica da Rede Estadual. A implementação dessa proposta aconteceu durante todo o ano letivo de 2008 e seguiu os seguintes passos.

- Aplicação do material didático produzido pelo professor PDE que constitui um Folhas com os alunos da 2ª Série do Ensino Médio do Colégio Estadual Chateaubriandense. Esse material foi socializado no Colégio e no GTR e utilizado por outros professores envolvidos no processo.

- Elaboração e aplicação de atividades na forma de exercícios enfatizando as Tendências Metodológicas Resolução de Problemas e Mídias Tecnológicas através da utilização dos *softwares livres* Geogebra e Régua e Compasso, com o uso do laboratório de informática e da TV multimídia. A atividade abaixo, utiliza o Geogebra e foi trabalhada com os alunos da 2ª Série do Ensino Médio após a aplicação do Folhas.

Razões trigonométricas no triângulo retângulo

- Sobre o eixo x construa um segmento AB.
- Faça uma perpendicular ao segmento AB passando pelo ponto B.
- Faça um segmento ligando o ponto A à perpendicular no primeiro quadrante.
- Na janela **Exibir** desative **Eixo**.
- Utilizando a ferramenta **exibir/esconder objeto** oculte a perpendicular.
- Construa um segmento ligando o ponto B ao ponto C.
- Utilizando a ferramenta ângulo, faça a medida do ângulo $B\hat{A}C$.
- Renomeie os segmentos H (hipotenusa), CO (cateto oposto) e CA (cateto adjacente) colocando cores diferentes e aumente as espessuras.

- Na **Barra de entrada** insira as fórmulas do seno, cosseno e tangente.
- Usando a ferramenta **mover**, mova o ponto B e observe na janela de álgebra o que acontece com os valores das razões trigonométricas.
- Mova o ponto C e observe os valores das razões trigonométricas.
- Quais as conclusões que podemos tirar dessa atividade?

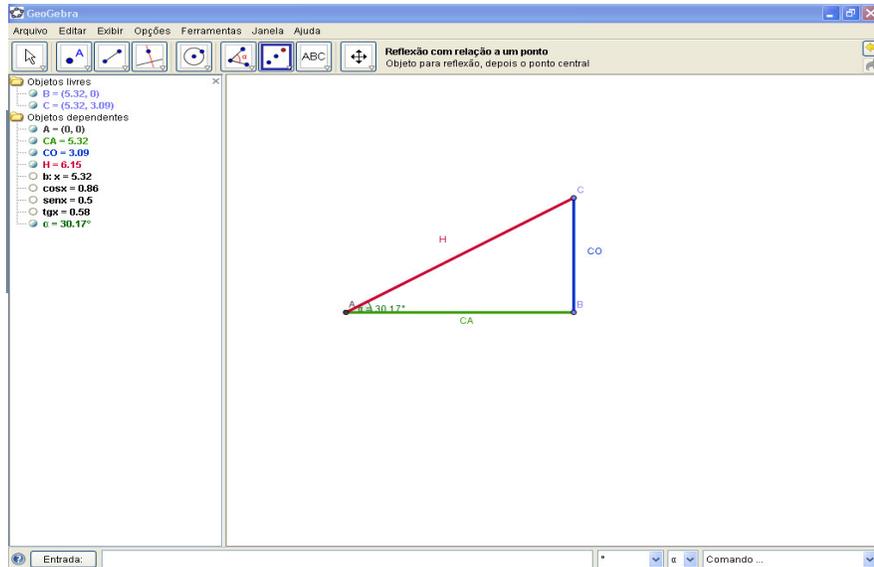


Figura 13 – interface do Geogebra com a construção Triângulo Retângulo

- Realização de um curso de extensão com professores da Rede Pública Estadual com o título “Estudo de *softwares* livres para aplicação na resolução de problemas matemáticos” para o estudo dos *softwares livres* Geogebra e Régua e Compasso. Este curso certificado pela UNIOESTE e coordenado pelo Professor Doutor João Candido Bracarense Costa foi organizado e ministrado juntamente com as professoras PDE Josiane Bernini Jorente Martins e Rosilene Lombardi Mezzon teve carga horária de 24 horas e participação de 20 professores. Num primeiro momento foi trabalhada a instrumentalização desses softwares, em seguida propostas atividades e problemas para serem resolvidos e por fim como converter as construções em imagens para TV Multimídia.

A atividade abaixo que utiliza o Geogebra foi realizada com os professores do grupo de estudos e com os alunos da 1ª Série do Ensino Médio

Analisando o coeficiente Angular da Função Quadrática

- Digite na **barra de entrada** a função $x^2 + 1$, **ENTER**;
- Digite novamente na **barra de entrada** a função $-x^2 + 1$, **ENTER**;
- De que forma o sinal do coeficiente angular influencia o comportamento da Parábola?

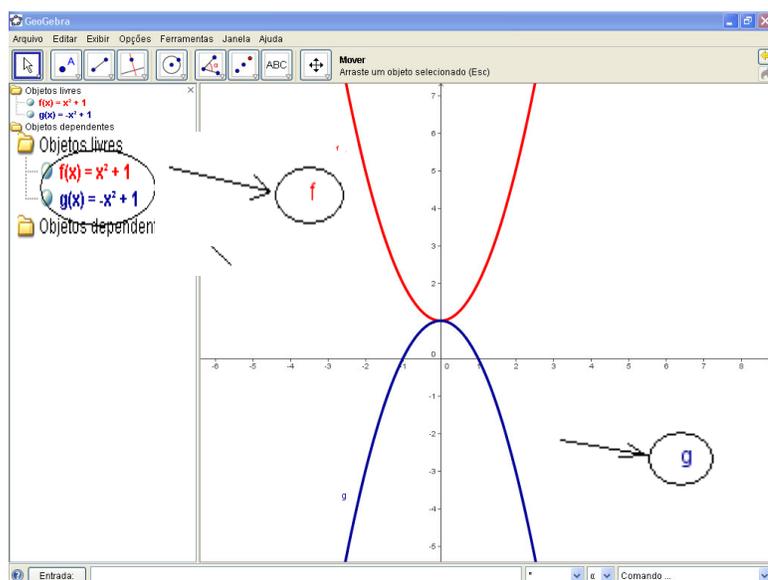


Figura 14 – interface do Geogebra com gráficos da Função Quadrática

3. Considerações finais

A busca pela melhoria na qualidade da educação brasileira desafia os pesquisadores e educadores a buscar novas metodologias que sejam mais eficientes e que possam despertar o interesse do aluno. A proposta de metodologia apresentada nesse artigo, busca a valorização do conteúdo de matemática e atender a proposta das DCEs quanto as tendências metodológicas, interdisciplinaridade e contextualização.

Os recursos tecnológicos presentes nas escolas públicas se mostraram aliados importantes para ensino da Matemática. Alunos e professores se sentem

seduzidos em trabalhar utilizando os *softwares* e a TV Multimídia. Isso foi constatado pela participação dos alunos nas aulas no laboratório de informática e pela ótima aceitação do de extensão pelos professores participantes, comprovada através da avaliação realizada no final do evento.

A utilização desses recursos no ensino da matemática não se trata de uma fórmula mágica que resolverá todos os problemas de aprendizagem da disciplina, porém poderá contribuir com a democratização do acesso as tecnologias por parte dos alunos, além de permitir a sua interação com o conteúdo, possibilitando análises e conjecturas que não seriam possíveis somente com a utilização do giz e do quadro negro.

O Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) do Estado do Paraná proporcionou dois anos de estudos, reflexões e produções. Fica o desafio de continuar trabalhando na construção dessa proposta de metodologia para o ensino da matemática, aprimorando os conhecimentos sobre os *softwares* estudados e buscando outros que possam contribuir com o ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina, além de buscar uma forma para que o aluno tenha acesso ao conteúdo trabalhado nas aulas através da *internet*, para que ele possa da sua casa ou do laboratório de informática revisar o que foi ensinado e realizar atividades complementares.

O trabalho não se encerra aqui, já está prevista para o início de 2009, a realização de uma oficina de Geogebra e Régua e Compasso com professores de matemática do NRE de Assis. Outro fator que poderá contribuir com a efetivação da proposta é que um dos professores que participou do Curso de extensão e é professor PDE 2008 tem como objeto de estudo as “Contribuições Pedagógicas da Informática no Processo Ensino-Aprendizagem da Matemática no Ensino Médio: Desafios e Possibilidades”, o que possibilitará uma continuidade à formação de grupos estudo de *softwares*, a permanência do debate a respeito do tema e o aprofundamento dos conhecimentos.

No intuito de homenagear a nova geração fica um dos pensamentos mais iluminados para retratar a expectativa da presente proposta: *“A mente que se abre a uma nova idéia jamais voltará ao seu tamanho normal”*. (Albert Einstein)

Referências

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Etnomatemática: **Elo entre as tradições e a modernidade**. Editora Autentica. São Paulo. 2005.

BIEMBENGUT, Maria Salett, HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática No Ensino**. Editora Contexto. São Paulo. 2005.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. Editora Ática. São Paulo. 1998.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. Rio de Janeiro: Interciências. 1978.

MIGUEL, A.; MIORIN, M. A. **História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BRASIL. Ministério de Educação. **Lei de diretrizes e bases da educação – LDB 9.394/96**, Brasília, 1996.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação – SEED. **Diretrizes Curriculares da Rede Pública de Educação Básica do Estado do Paraná (DCE): Matemática**, Curitiba, 2006.

TERUYA, Tereza Kazuko, **Trabalho e Educação na Era Midiática**. Editora Eduem. Maringá. 2006.

SAMPAIO, Marisa Narcizo, LEITE, Lígia da Silva. **Alfabetização Tecnológica do Professor**. Editora Vozes. Petrópolis. 1999.

CROCHIK, José Leon. **O Computador no Ensino e a Limitação da Consciência**. Editora Casa do Psicólogo. São Paulo. 1998.