A EQUAÇÃO QUADRÁTICA ATRAVÉS DO TEMPO

Carlos Augusto Bussola[1]

Pedro Pablo Durand Lazo[2]

Resumo

O presente artigo objetiva apresentar uma proposta de metodologia sobre como deduzir a fórmula resolutiva da equação do 2º grau como uma forma de efetivar seu conceito, manipulação e aplicação no ensino da matemática. Para entendermos como chegamos aos dias de hoje com uma matemática tão complexa, porém fácil de entender, faremos uma breve síntese histórica de como o homem procedeu para fundamentar a matemática na antiguidade, através dos Papiros no Egito, assim como os Tabletes Babilônicos e os escritos Gregos. Também realizaremos uma ligeira explanação sobre a vida de alguns matemáticos que fizeram contribuições para o estudo da matemática, em especial das equações quadráticas. Finalizando, apresentamos uma seqüência para deduzir a fórmula geral da equação quadrática.

Palavras-chave: Metodologia; Histórico; Equação.

Abstract

This article aims to present a methodological proposal on how to deduce the resolutive formula of the 2nd degree equation as a way to achieve its concept, handling and application in the teaching of Mathematics. To understand how Mathematics is nowadays so complex but easy to understand, we carry out a brief historical review on how man proceeded to validate the Mathematics in ancient times, through the papyrus in Egypt, the Babylonian tablets and the Greek manuscripts. We also carry out a slight explanation about the lives of some mathematicians who have made contributions to the study of Mathematics, especially of quadratic equations. Finally, we present a sequence to deduce the general formula of the quadratic equation.

Keywords: Methodology; history; equation.

---

1 Prof PDE: Mestrado em Ciências de la Educación pela Universidad Politécnica y Artística del Paraguay. Graduado em Matemática pela hoje UNIPAR, com especialização em matemática pela UEM e Metodologia do Ensino Superior pela FIFASUL. Currículo Lattes http://lattes.cnpq.br/1322555793205041

2 Prof Orientador PDE/UNIOESTE: doutorado em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro. Currículo Lattes http://lattes.cnpq.br/6562031070856171

Introdução

As equações, como as conhecemos hoje, simplificaram os cálculos que os matemáticos tinham que fazer para realizarem alguma tarefa. No início da história, a antiguidade matemática, somente os grandes sábios sabiam calcular, como podemos conferir aos estudarmos o papiro de Berlim [7], assim como os legados da Mesopotâmia, que significa entre rios, Babilônia e a Pérsia [3]. Esta região situava-se onde hoje fica o Iraque e o Irã. Nas medidas dos ângulos, assim como na marcação do tempo e nos minutos são utilizados valores que tem como numeração a base 60, herança dos Babilônicos. A partir de um determinado período, a produção matemática se alavancou com algumas definições específicas, como os Elementos de Euclides, no qual nos baseamos para estudarmos a geometria, como outras definições mais generalizadas.

Classificamos as equações algébricas, polinomiais ou transcendentes conforme o seu grau, ou seja, o maior expoente da incógnita é que determina qual o grau da equação. Assim, uma equação do primeiro grau terá como expoente da incógnita o valor um, a equação do segundo grau terá o expoente dois para a sua incógnita. O grau da equação também nos mostra, no corpo dos números reais, a quantia máxima de raízes que a equação pode ter. Desta forma, uma equação do segundo grau pode ter, no máximo, duas raízes distintas, duas raízes iguais ou uma raiz e também pode ter zero raiz, ou seja, não apresentar raiz que pertença ao corpo dos números reais.

A classificação dada acima é muito recente. Há algum tempo as equações não eram classificadas pelo seu grau. O matemático Omar Khayyan, que viveu alguns anos antes de Bhaskara, classificava as equações até o terceiro grau em equações simples e equações compostas [8].

As equações simples eram binômios, tais como:

$a=x$	$a=x^2$
$a=x^3$	$ax=x^2$
$ax=x^3$	$ax^2=x^3$

As equações compostas eram classificadas em doze tipos diferentes, sendo 12 trinômios e cinco quadrinômios, sendo eles:

1. $x^2 + bx=c$	2. $x^2 + c = bx$
3. $bx + c = x^2$	4. $x^3 + bx^2 = cx$
5. $x^3 + cx = bx^2$	6. $cx + bx^2 = x^3$
7. $x^3 + cx = d$	8. $x^3 + d = cx$
9. $cx + d = x^3$	10. $x^3 + bx^2 = d$
11. $x^3 + d = bx^2$	12. $bx^2 + d = x^3$

I. $x^3 +bx^2 + cx = d$	II. $x^3 + bx^2 + d = cx$
III. $x^3 + bx^2 = cx + d$	IV. $x^3 + cx = bx^2 + d$
V. $x^3 + d = bx^2 + cx$	

A utilização de uma equação, da forma que utilizamos nos dias de hoje, deve-se a matemáticos que publicaram seus trabalhos e contribuíram para que a matemática sofresse as mudanças necessárias a uma melhor compreensão da sua aplicabilidade. Dentre eles destacamos:

Pitágoras (570 – 500 a.C.);
Euclides (265 - 325 a.C.);
Mohammed Ben Musa Al-Khowarizmi (780 – 850);
Bhaskara Acharya (1114 – 1185);
François Viète (1540 - 1603);
Simon de Bugres (1548 - 1620);
Thomas Harriot (1560 - 1621);
Galileu Galilei (1564 – 1642);
William Oughtred (1574 - 1660);

Albert Girard (1595 - 1632);
René Descartes (1596 – 1650);
Isaac Newton (1643 – 1727);

As formas de apresentação das equações eram complexas, formando um poema ou uma crônica. Para entendermos melhor como ocorreu a evolução da escrita das equações, em especial a do segundo grau, e de que maneira os cálculos foram ficando cada vez mais fáceis de serem realizados, vamos buscar nos escritos antigos, legado deixado pelos primeiros a registrarem uma atividade matemática.

1. Notas históricas

Os primeiros registros de utilização de equações na solução de problemas que nos remete a uma equação quadrática e que chegaram ao nosso conhecimento estão nos papiros de Berlim (~1650 a. C), época em que foram produzidos muitos escritos que retratavam as atividades diárias de uma comunidade, entre tantos papiros do antigo Egito, como o papiro de Rhind, Papiro de Moscovo, Papiro de Cairo e Papiro de Kahun [7].

1.1 O Papiro de Berlim

Os problemas apresentados no Papiro de Berlim, hoje são de fácil resolução, e transcrevemos um dos dois problemas que tem como solução um sistema de duas equações: uma do primeiro grau e outra do segundo grau. O Papiro de Berlim encontra-se exposto no Museu Staatliche em Berlim

Problema

> *É te dito ... a área de um quadrado de 100 [cúbitos quadrados] é igual à de dois quadrados mais pequenos. O lado de um dos quadrados é ½ + ¼ o lado o outro. Diz-*

me quais são os lados dos dois quadrados desconhecidos.

(http://www.malhatlantica.pt/mathis/Egipto/Berlim.htm)

$$y = (\frac{1}{2} + \frac{1}{4})x$$

$$y = \frac{3x}{4}$$

I. $4y = 3x$

II. $x^2 + y^2 = 100$

A resolução apresentada pelo autor é feita por um método que conhecemos hoje por regra da falsa posição.

Note que a equação I tem como uma das soluções possíveis o par de inteiros x=4 e y=3. Este valores na equação II não produz resultado 100, e sim, 25. Então os valores que procuro são, por proporção, x=8 e y=6, que também satisfaz a equação I. Talvez seja destes problemas que Pitágoras tenha visto o triângulo de lados 3,4 e 5 ou de lados 6, 8 e 10.

1.2 As equações na Mesopotâmia

Nós damos muito valor aos legados dos gregos, que convenhamos foram fantásticos, mas o berço da matemática pode ter sido a Mesopotâmia, ou Babilônia, como muitos chamam a região compreendida entre os rios Tigre e Eufrates. No artigo de Joyce [6], onde ele comenta sobre o tablete Plimpton 322, cujo catálogo recebeu o número 322 da Coleção GA Plimpton na Universidade de Colúmbia. O referido escrito tem datação anterior aos escritos gregos, período entre 1900 a.C. e 1600 a.C.

Feitosa [3], em seu artigo “Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia”, publicado na revista Mimesis, destaca a influência da matemática dos babilônicos até os dias atuais. Os cálculos que eles faziam para determinar o tempo eram complicados e apresentam dúvidas até nos dias de hoje. Os ângulos também têm influência desta matemática. É a base sexagesimal. Base 60.

Os babilônicos resolviam equações do 2º grau de três tipos diferentes:

a) $x^2 + px = q$
b) $x^2 = px + q$
c) $x^2 + q = px$

E é possível que os babilônicos conhecessem a fórmula geral para determinação das raízes da equação quadrática.

1.3 Os pensadores matemáticos através da história

1.3.1 Pitágoras

Um dos matemáticos mais antigos que efetivamente trabalhou com noções de equação do 2º grau foi Pitágoras (570 - 500 a.C.). Nasceu em Samos, uma ilha grega na costa marítima do que hoje é a Turquia. Acreditamos que Pitágoras tenha se encontrado com Tales, na cidade de Mileto, onde aprendeu matemática e que ele também tenha se encontrado com personagens famosos da história, como o profeta Daniel, na Babilônia, quando da diáspora do povo de Israel; na Índia absorveu a crença da ressurreição e também se encontrou com Buda. Em torno de 525 a.C. Pitágoras mudou-se para Crotona, onde fundou a Ordem (Escola) Pitagórica. Casou-se com Teano, provavelmente a primeira mulher matemática da história.

O Teorema de Pitágoras é uma relação quadrática e podemos dizer que Pitágoras foi o primeiro dos grandes matemáticos a utilizarem a álgebra para resolverem problemas do cotidiano.

1.3.2 Bhaskara

O matemático que mais fama tem em ter sistematizado a solução de uma equação quadrática foi o indiano Bhaskara Acharya que viveu aproximadamente de 1.114 a 1.185, na Índia. Nascido numa tradicional família de astrólogos indianos, seguiu a tradição profissional da família, dedicando-se mais à parte matemática e astronômica, tais como o cálculo do dia e hora da ocorrência de eclipses ou das posições e conjunções dos planetas, que dá sustentação à Astrologia.

Dos livros que escreveu o que deu mais celebridade a Bhaskara foi o Lilavati, um livro bem elementar e dedicado a problemas simples de Aritmética, Geometria Plana, medidas e trigonometria elementar e Combinatória.

A palavra Lilavati é um nome próprio de mulher cuja tradução é Graciosa, e a razão de ter dado esse título a seu livro nos é contada através de uma lenda, na qual homenageia sua filha, que não pode se casar.

Para resolver as equações quadráticas da forma $\mathbf{ax^2 + bx = c}$, os indianos usavam a seguinte regra:

> *"multiplique ambos os membros da equação pelo número que vale quatro vezes o coeficiente do quadrado e some a eles um número igual ao quadrado do coeficiente original da incógnita. A solução desejada é a raiz quadrada disso"*
>
> http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/bhaka.html

É também muito importante observar que a falta de uma notação algébrica, bem como o uso de métodos geométricos para deduzir as regras, faziam os matemáticos da Era das Regras terem de usar varias regras para resolver equações do segundo grau. Por exemplo, precisavam de regras diferentes para resolver $x^2 = px + q$ e $x^2 + px = q$.

Essas regras já eram do conhecimento de, no mínimo, o matemático Sridara, que viveu há mais de 100 anos antes de Bhaskara Acharya.

1.3.3 Galileu Galilei

Um dos grandes cientistas e muito polêmico foi Galileu Galilei, que nasceu em 15 de fevereiro de 1564, em Pisa, no noroeste da Itália. Seus escritos eram constantemente proibidos pela Igreja. Sua família mudou-se para Florença em 1574 e ele foi educado pelos monges do mosteiro de Camaldolese, na cidade vizinha de Vallombrosa. Em 1581, com apenas 17 anos, Galileu começou a estudar medicina na Universidade de Pisa.

Conta-se que, em certo dia daquele ano, na catedral de Pisa, Galileu olhou para um candelabro que pendia no teto por uma corrente comprida. Marcando o tempo da oscilação usando o pulso como "relógio", ele observou que o candelabro oscilava no grande espaço aberto da construção. Não importava se o candelabro oscilava muito ou só de leve, ele empregava o mesmo tempo para completar o movimento de um lado para o outro. Essa observação não estava de acordo com o que Galileu esperava. Mais tarde, ele assistiu a uma aula de geometria na Universidade. A partir daí, despertou seu interesse pelas ciências. A partir de 1583, ele foi educado por um amigo da família, Ostilio Ricci, que vivia em Pisa e era professor da corte do duque de Toscana.

Uma das suas descobertas foi a Lei da Queda dos Corpos: $y=4,9 * x^{2.}$

1.3.5 Isaac Newton

Isaac Newton nasceu em 4 de janeiro de 1643 (quase um ano depois da morte de Galileu) em Woolsthorpe, Lincolnshire, Inglaterra.

A idéia genial de Newton em 1666 foi imaginar que a força centrípeta na Lua era proporcionada pela atração gravitacional da Terra. Com sua lei para a força centrípeta e a terceira Lei de Kepler, Newton deduziu a lei da atração gravitacional.

Morreu em 31 de março de 1727 em Londres, Inglaterra. A fórmula da gravitação universal é $F = 6{,}6 * 10^{-11} \frac{m_1 * m_2}{d^2}$ onde a distância é um termo quadrado.

1.3.6 Al-Khowarizmi

Mohammed Ben Musa Al-Khowarizmi foi o primeiro autor islâmico que escreveu "sobre a solução de problemas por al-jabr e al-muqabala". Por jabr, entende-se a operação de somar um número ou expressão algébrica a ambos os membros de uma equação, para eliminar termos negativos. Também se diz jabr a operação de multiplicar ambos os membros de uma equação por um mesmo número, para eliminar frações. Por muqabala entende-se a operação de subtrair números ou expressões algébricas a ambos os membros de uma equação a fim de mudar um termo de um membro para o outro.

α) Foi a partir de al-jabr que nasceu a palavra álgebra e foi a partir do próprio nome Al-Khowarizmi que nasceu a palavra algoritmo e também a palavra algarismo.

β) Não esquecer que os números negativos ainda não existiam.

1.3.7 Luiz Marcio Imenes

O professor Luiz Marcio Pereira Imenes é formado em Engenharia Civil e Licenciado em Matemática, com Mestrado em Educação Matemática. Um dos grandes incentivadores para transformarmos a matemática acadêmica em matemática do dia-a-dia. Apresentou durante muito tempo as aulas do Telecurso 1º e Telecurso 2º grau, da Fundação Roberto Marinho, da Rede Globo de televisão. Para encerrar as apresentações históricas, vamos lembrar do tempo em que no Brasil a inflação era sentida no dia-a-dia. Imenes em seus inúmeros livros nos propõe problemas da realidade de muitas comunidades. Situações de compra e venda, de construção civil, situações lúdicas, que vivíamos e às vezes pagávamos, sem saber se estávamos sendo enganados ou não. Vou adaptar a situação proposta por Imenes no livro paradidático “para que serve matemática”, para algo mais próximo da nossa realidade. Quando ele escreveu, a nossa inflação era estonteante.

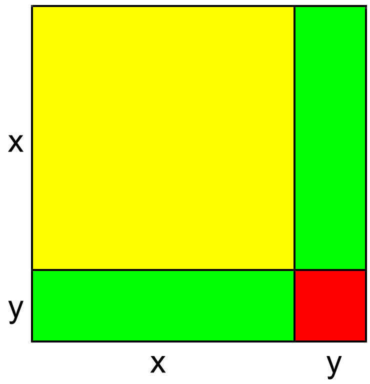
Uma loja oferece um determinado produto em duas situações: à vista por R$ 50,00 ou em cinco vezes sem entrada de R$ 15,00.

Ao refletirmos sobre a situação notamos que houve um acréscimo ao valor do produto, na venda a prazo, equivalente à metade do seu valor ä vista. A decisão em comprar à vista ou a prazo sempre caberá ao comprador, mas o mesmo deve estar ciente de que existe algo mais além do que possuir o produto: a necessidade, sua utilidade, dinheiro para comprar a vista ou a prazo, ou até mesmo a questão de "vou economizar e comprar daqui a cinco meses". Também devemos refletir sobre o que significa o acréscimo ao valor à vista: ele reflete a valor dos juros cobrados pela média dos que vendem a prazo? Observe que a compra a prazo nos coloca um valor de R$ 75,00 contra um valor à vista de R$ 50,00. A grosso modo, um acréscimo de R$ 25,00, que equivale a 50% do valor a vista. O cálculo aqui não é para ser preciso, exato, e sim, questionado.

2. Proposta de trabalho

Agora que já vimos o quanto de história tem na matemática e o quanto a matemática faz parte da história da humanidade, comecemos recordando os produtos notáveis, importante passo para aprendermos como resolvermos de maneira mais fácil e simplificada as equações:

Questão: A um quadrado foi acrescido um retângulo nos dois lados concorrentes e de mesmo comprimento do quadrado. Complete-se para formar um quadrado. Qual a área desse quadrado?



Chamemos o quadrado amarelo de lado *x*, e o quadrado vermelho de lado *y* e os retângulos verde de medidas *x* e *y.* Logo, a área será: quadrado amarelo, x^2; retângulos verdes 2xy e o quadrado vermelho, y^2. Concluindo, a área do quadrado maior será a soma de todas estas áreas: $x^2+2xy+y^2$.

Agora vejamos a área do quadrado maior pelo valor de seus lados: x+y (x do amarelo mais y do retângulo verde).

Como a área não pode mudar, temos que $(x+y)^2= x^2+2xy+y^2$.

De modo análogo, podemos descrever a área de um quadrado onde foi retirado retângulos $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ é o produto da soma pela diferença $(x - y) (x + y) = x^2 - y^2$

2.1 Situações problemas e comentários

Nos problemas a seguir, deve-se escrever a equação que rege o problema e resolve-la. Vejamos as situações problemas:

1. Tenho um pedaço de cartolina que foi cortado na forma de um quadrado. Quem cortou me disse que a área do quadrado é 16 cm^2. Qual o comprimento do lado do quadrado?

Ora, chamemos o lado do quadrado de x, logo sua área é x^2. Disto temos que x^2=16. Conclui-se que a resolução da equação é x = 4 e x = - 4.

Qual a solução do problema? Por quê? Existe medida negativa? Neste caso, posso considerar o -4?

Este problema deve ser visto como resolução com material concreto, cortar um pedaço de cartolina, conforme o enunciado. Então o -4 não pode ser considerado como resposta, pois não temos medida de comprimento negativa.

2. Um quadrado foi cortado em três tiras de largura igual a 1 unidade de medida. Qual o comprimento do lado do quadrado?

Seja a área do quadrado x^2 e as três tiras 3x. Logo $x^2 = 3x$. Como soluções têm que x = 0 ou x = 3. Qual a solução do problema? Por quê?

A distância zero nos diz que ela não existe. Como o problema confirma que o quadrado existe, só podemos considerar o valor 3 como resposta.

3. Um terreirão de secar café foi considerado pequeno para a produção daquele ano. O dono da fazenda pediu que aumentassem 3 metros de cada lado, mantendo a mesma forma. O pedreiro ao chegar ao local notou que o terreirão antigo era um quadrado, e que ao final do serviço ele seria um quadrado cuja área é 121 m^2. Qual a medida do lado do terreirão antigo?

Duas maneiras de resolver:

Uma prática: Se o quadrado final tem 121m^2, seu lado tem 11m. Logo o terreirão antigo tinha 11 – 6 = 5m (É menos 6 porque são 3 metros de um lado e 3 do outro).

Outra algébrica: Chamemos de x o lado do terreirão antigo e sua área será x^2. Como se acrescentou 3 metros de cada lado, temos que cada lado do quadrado resultante será: (x+6) metros. Então terei a equação (x+6)*(x+6)=121

Resolvendo:

$$(x + 6)^2 = \pm\ 121$$

$$x + 6 = \pm\ 11$$

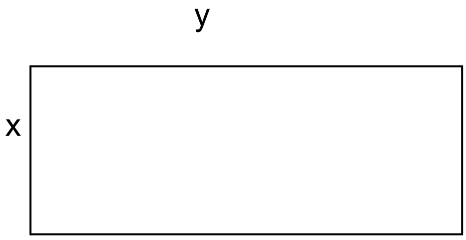
$$x = 5 \text{ ou } x = -17$$

A solução é um quadrado de lado 5 metros, pois como já vimos, não temos comprimento cujo valor seja negativo.

Como resolver a equação $x^2 + 12x - 85 = 0$? Qual a relação entre esta equação e a equação do exercício (x + 6) * (x + 6) = 121 ?

As duas equações são equivalentes e como resolver explano mais adiante.

4. Um problema muito comum é: Um senhor tem 50 metros de tela e quer fazer um cercado de forma retangular, com área igual a 154 m^2. Quais as medidas do comprimento e largura deste cercado?



O perímetro é 2x + 2y = 50 e a área é x*y = 154

Da primeira equação temos que y = 25 – x, que substituindo na segunda dá: x(25 – x) = 154. Ora, esta é uma equação do 2º grau 25x – x^2 = 154, que colocando em ordem decrescente de expoentes, temos x^2 – 25x = -154

Comparando o primeiro membro a um produto notável e sendo o termo do 1º grau 25x, chamando de z o segundo termo do produto notável, temos:

$$2xz = 25x$$

$$z = \frac{25}{2}$$

temos um produto notável que é: $x^2 - 25x + \frac{625}{4} = \left(x - \frac{25}{2}\right)^2$

comparando as duas equações,

$$x^2 - 25x + \frac{625}{4} = -154 + \frac{625}{4}$$

$$\left(x - \frac{25}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$\sqrt{\left(x - \frac{25}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{\frac{9}{4}}$ (A partir daqui coloco o sinal $\pm$ por pura preguiça de escrever duas vezes: a positiva e a negativa).

$$x - \frac{25}{2} = \pm\frac{3}{2}$$

$$x = \frac{25}{2} \pm \frac{3}{2}$$

$$x_1 = 14 \quad ou \quad x_2 = 11$$

Que nos dá como solução do problema, para x=14, y=11; ou para x=11, y=14.

5. Seja a equação geral do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$ com a não nulo e dividindo todos os coeficientes por a, temos:

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$$

Passando o termo constante para o segundo membro, teremos:

$$x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$

Prosseguindo, faremos com que o lado esquerdo da equação seja um quadrado perfeito. Lembraremos então do trinômio quadrado perfeito $x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$. Preciso então saber o valor de y. Notemos que o termo central $2xy = \frac{bx}{a}$ o que nos dá $y = \frac{b}{2a}$.

E para prosseguirmos somaremos o quadrado de $\frac{b}{2a}$ a ambos os membros da equação para obter:

$$x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Sabemos que o lado esquerdo é um trinômio quadrado perfeito, e simplificando ambos os lados da equação, obteremos:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Extraindo a raiz quadrada de cada membro da equação e lembrando que a raiz quadrada de todo número real não negativo é também não negativa, obteremos duas respostas para a nossa equação:

$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

ou

$$x + \frac{b}{2a} = -\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

que alguns para simplificar, escrevem:

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

contendo um sinal ± que é lido como mais ou menos. Lembramos que este sinal ± não tem qualquer significado em Matemática. É uma indicação de que devo fazer duas operações distintas: uma adição e uma subtração.

Como estamos procurando duas raízes para a equação do segundo grau, deveremos sempre escrever:

$$x'' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ou

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

A “fórmula de Bhaskara” ainda pode ser escrita como:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

onde D (às vezes usamos a letra maiúscula "delta" do alfabeto grego) é o discriminante da equação do segundo grau, definido por:

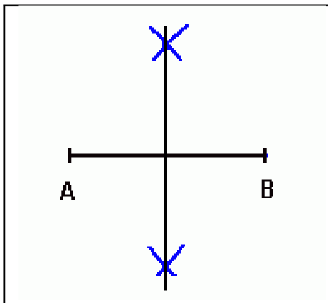
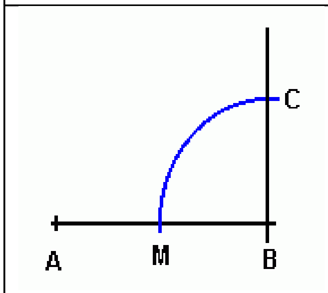
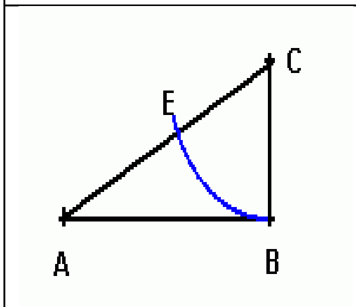
D = b² - 4ac

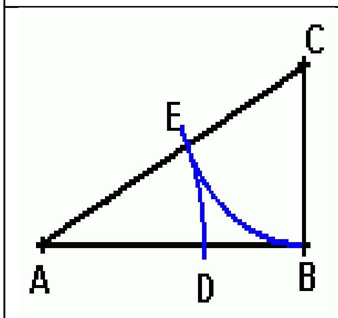
Que pode ser analisado e definir quantas raízes tem a equação.

Atividades:

1. "Dividir um segmento de reta em duas partes tais que o retângulo contido pelo segmento dado e uma das partes seja igual ao quadrado da outra parte." (Elementos de Euclides)

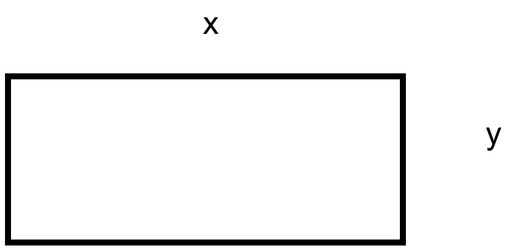
Neste problema desejo mostrar que dado um segmento AB e um ponto específico D seccionando AB, a relação $AD^2 = AB * DB$.

<table>
<tr><td>
</td><td>Tracemos um segmento AB e, com o auxílio de um compasso, tracemos uma perpendicular ao ponto médio de AB.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Tracemos uma perpendicular ao ponto B e nele marquemos um ponto C com um segmento BC de mesmo comprimento de MB.</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Tracemos o segmento AC

Com a ajuda do compasso, marquemos o ponto E, sobre AC, onde CE = CB</td></tr>
<tr><td>
</td><td>Finalmente marquemos um ponto D sobre AB, onde AE = AD.

Esta divisão do segmento conhecemos por segmento áureo</td></tr>
</table>

2. Um lote urbano de formato retangular foi cercado com 92 metros de muro e sabemos que sua área é 385 m^2. Calcule as dimensões desse lote.



Donde teremos duas equações, sendo a primeira o perímetro do terreno e a segunda a área.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 92 \\ x * y = 385 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema teremos os valores de x = 11 ou x = 35; e respectivamente teremos y = 35 ou y = 11.

3. Um restaurante vende 100 quilogramas de alimento por dia ao preço de R$ 12,00 o Kg. Numa pesquisa de opinião realizada com seus clientes obteve um dado interessante. Se o preço aumentasse R$ 1,00, o restaurante perderia 10 clientes que consomem na média 500 gramas cada.

Considerando estes dados constantes, podemos saber qual o preço limite pelo de maior lucro. Chamemos de x o valor a ser incrementado (12 + x) ao preço da refeição e a quantidade de clientes (100 – 5x) neste restaurante.

Então, f(x) = (12 + x).(100 – 5x). Aqui temos um problema clássico da utilização do cálculo de valor máximo da função do 2º grau.

Se fizermos f(x) = 0 teremos as raízes da equação (12 + x).(100 – 5x) = 0 sendo x_1 = -12 e x_2 = 20. Como o ponto máximo da parábola é dado por

$x_m = \frac{x_1 + x_2}{2}$ temos que o ponto máximo é x = 4.

Como resposta para o problema, o restaurante terá o maior lucro possível aumentando o valor da refeição em R$ 4,00 por quilograma.

CONCLUSÃO

Um dos grandes desafios da matemática será unir três grandes eixos: Números, Álgebra e Geometria. Inicialmente eles não estavam separados. Aliás, nem existiam matemáticos, eles eram filósofos. Então, para entendermos a matemática temos que partir do princípio, onde ela foi sendo construída, as necessidades que os levaram a elaborarem estratégias para resolverem os problemas mais comuns da comunidade onde viviam. A moradia, a falta d'água e de comida fizeram o estudo da geometria prosperar; a divisão das terras no Egito, a construção das pirâmides e dos monumentos gregos e babilônicos demandavam anos de estudos e muito mais para a realização das obras. Notemos então, que se quisermos realizar uma matemática mais voltada para o cotidiano dos alunos devemos nos preocupar sobre a maneira com que eles vêem a necessidade da matemática. Um conteúdo descontextualizado e sem sentido formal irá levá-los ao desinteresse e, como conseqüência, pouca aprendizagem e muitas reprovas. Estudarmos um pouco mais sobre como nossos alunos reagiriam sobre determinados estímulos pode economizar um tempo precioso num futuro bem próximo.

Somente a partir do século XVII, com as maneiras mais simples de escrever as equações que representavam as situações problemas e a agilidade em resolvê-los que foram se separando os gêneros das ciências: geometria, números (aritmética), álgebra, astronomia, astronomia, biologia, química, entre tantos outros.

A partir dos códigos e decodificações articuladas por Viète, a álgebra passou a fazer parte da matemática no mesmo nível que os números e a geometria.

As necessidades de cada geração para compreender como se produz matemática e como podemos utilizá-la para melhorar a nossa educação farão com que este ramo da ciência não seja estanque ou que tudo já está consumado e que não precisamos mais aprender nada de matemática. As pesquisas de como aplicar de forma mais humana fará desta disciplina o diferencial entre o saber matemático e o aprender matemática.

REFERÊNCIAS

[1] - Galileu Galilei em http://minerva.ufpel.edu.br/~histfis/entrada_g.htm acessado dia 22 de novembro de 2007.

[2] BRASIL, Luiz Alberto Santos - *Aplicações da teoria de Piaget ao ensino da matemática*. Rio de Janeiro: EDITORA FORENSE UNIVERSITÁRIA LTDA, 1977.

[3] FEITOSA, Hércules de Araújo – Quanto um deus está além de outro deus? Elementos de matemática na Babilônia. Mimesis, Bauru, v. 21, n. 1, p 25-38, 2000. Em http://www.usc.br/pos/revistas/mimesis/Mimesis-pdf/Mimesis%20v.21%20n.1%20-%202000.pdf acessado dia 07 de outubro de 2008.

[4] FURUYA, Yolanda Kioko Saito – O Teorema de Pitágoras em http://www.dm.ufscar.br/hp/hp0/hp0.html#teorema acessado dia 15 de novembro de 2007.

[5] IMENES, Luis Marcio – *Pra que serve matemática.* São Paulo, Atual, 1992.

[6] JOYCE, David E. - Plimpton 322, Department of Mathematics and Computer Science of the Clark University, Worcester, 1995. Em http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/mathhist/plimpnote.html acessado dia 09 de outubro de 2008.

[7] LAGARTO, Maria João – História da Matemática Árabe: al-Khwarizmi em http://www.malhatlantica.pt/mathis/Arabes/Kwarizmi.htm acessado dia 19 de novembro de 2007.

[8] MORGADO, João – Equações do 2º grau ou equações quadráticas em http://www.ipv.pt/millenium/16_ect1.htm acessado dia 5 de novembro de 2007.

[9] OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza - Biografias em http://astro.if.ufrgs.br/bib/index.htm acessado dia 12 de novembro de 2007

[10] SILVEIRA, J. F. Porto da – Bhaskara descobriu a fórmula de Bhaskara? Em http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/bhaka.html acessado dia 22 de novembro de 2007.